



## تحلیل حساسیت در مدل آب های زیرزمینی

بهاره سادات همراز<sup>۱\*</sup>، ابوالفضل اکبرپور<sup>۲</sup>، محسن پوررضا بیلندی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب دانشگاه بیرجند

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران دانشگاه بیرجند

۳- استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه بیرجند

\* نویسنده مسئول: Email: bahareh.hamraz@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۰۶ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۵/۱۵

### چکیده

تحلیل حساسیت جزء مراحل اساسی مدل سازی است که تعیین کننده درجه تغییرپذیری خروجی مدل با تغییر متغیرهای آن است. در دهه های اخیر با افزایش مدل های شبیه سازی و پیچیدگی هر چه بیشتر این مدل ها بدلیل افزایش متغیرها، تحلیل حساسیت ابزاری ضروری برای فهم نقش و اهمیت متغیرها در فرآیند مدل سازی است. تقسیم بندی های مختلفی برای انواع روش های تحلیل حساسیت وجود دارد، روش های کلی تحلیل حساسیت با توجه به اینکه تغییرات خروجی بوسیله تغییرات مؤلفه های ورودی اطراف یک مقدار مرجع، یا در کل فضای ممکن بدست آید، به دو گروه تحلیل حساسیت محلی و جامع تقسیم می گردد. تحلیل حساسیت کمی و کیفی و روش های یک در زمان و همه در زمان، تقسیم بندی های دیگری برای انواع روش های تحلیل حساسیت است. در این مطالعه، روش های تحلیل حساسیت در مدل های شبیه سازی بررسی گردید و نحوه کاربرد روش GLUE، از روش های متداول برای تحلیل عدم قطعیت بر پایه شبیه سازی مونت کارلو، به منظور تحلیل حساسیت مدل آب های زیرزمینی در یک مطالعه موردی ارائه گردید.

واژه های کلیدی: تحلیل حساسیت محلی، تحلیل حساسیت جامع، روش یک در زمان، روش همه در زمان، روش GLUE

ساده تر شدن مدل می گردد. (Degenring et al., 2004, van Griensven et al., 2006) عدم قطعیت: کمی سازی عدم قطعیت در پاسخ مدل به متغیرهای مختلف (منابع عدم قطعیت)، با هدف شناسایی بهترین مکان برای تمرکز خصوصیات متغیرهای بهبود یافته که منجر به کاهش عدم قطعیت کل مدل می گردد. (Chu-Agor et al., 2011; Crosetto et al., 2000)

### مواد و روش ها:

#### مفاهیم مدل، ورودی و خروجی

مدل ابزاری برای ساده سازی سیستم طبیعی است که بصورت حل مجموعه ای از معادلات جبری (مدل استاتیک) یا یکپارچه سازی معادلات دیفرانسیل بر یک دامنه مکانی- زمانی (مدل دینامیک) می باشد. متغیر ورودی هر مؤلفه که قبل از اجرای مدل قابل تغییر باشد و خروجی، متغیری است که بعد از اجرای مدل بدست می آید. (Pianosi et al., 2016)

#### انواع روش های تحلیل حساسیت

تحلیل حساسیت به بررسی چگونگی تغییرات در خروجی  $Y$  را نسبت به تغییرات در مؤلفه های ورودی  $X_1, X_2, \dots, X_M$  می پردازد. سؤالاتی که با تحلیل حساسیت پاسخ داده می شود شامل موارد زیر است: چه مؤلفه های ورودی بیشترین تغییرات را در خروجی مدل ایجاد می کند؟ آیا مؤلفه ای وجود دارد که تغییرات قابل اغماض بر روی خروجی بگذارد؟ آیا اندرکنشی بین مؤلفه ها وجود دارد که باعث افزایش یا تضعیف تغییرات ایجاد شده با یک متغیر خاص شود؟

#### روش های تحلیل حساسیت محلی و جامع

روش های کلی تحلیل حساسیت با توجه به اینکه تغییرات خروجی بوسیله تغییرات مؤلفه های ورودی اطراف یک مقدار مرجع، یا در کل فضای ممکن بدست آید، به دو گروه محلی<sup>۱</sup> و جامع<sup>۲</sup> تقسیم می گردد.

روش های تحلیل حساسیت محلی معمولاً پارامترهای مدل را به عنوان متغیر ورودی در نظر گرفته و هدف آن ها ارزیابی تأثیر عدم قطعیت پارامتر ورودی مدل بر عملکرد مدل است به عبارتی در این روش ها چگونگی تغییر عملکرد مدل با دور

تحلیل حساسیت جزء مراحل اساسی مدل سازی بوده که به وسیله تغییر پارامترهای مدل (مانند هدایت هیدرولیکی افقی و عمودی، ضریب ذخیره، آبدهی ویژه، تغذیه، ضخامت لایه، برداشت آب از چاه ها و موقعیت و نوع مرزها) و بررسی تأثیر این تغییر بر خروجی مدل انجام می شود. اگر تغییر پارامتر ورودی باعث تغییر بزرگی در خروجی مدل شود، مدل به آن پارامتر حساس است.

تحلیل حساسیت مدل یک الگوی مهم در زمینه توسعه و کاربرد مدل است، روش های مختلفی برای تحلیل حساسیت وجود دارد که مفهوم های ذاتی مختلفی از حساسیت یک یا چند پاسخ مدل را به فاکتورهای مختلف مانند پارامتر مدل توصیف می کند. علاوه بر این، اهداف تحلیل حساسیت با کارایی مدل می تواند تغییر کند، بررسی مطالعات پیشین محققین نشان داد که تحلیل حساسیت در جنبه های مختلفی از توسعه و کاربرد مدل استفاده گردیده است، برای مثال بعضی از اهداف مختلف تحلیل حساسیت شامل موارد زیر است: (Razavi and Gupta, 2015)

ارزیابی شباهت: تست شناسایی و ارزیابی شباهت بین مدل و سیستم واقعی، که منجر به ارزیابی ساختار مدل و مدل مفهومی آن می گردد. (Clark et al., 2011; Gupta et al., 2008; Saltelli et al., 2004; Spear and Hornberger, 1980)

شناسایی متغیر مهم: شناسایی، اولویت بندی و جداسازی عوامل که بیشترین تأثیر را بر تغییرات و دیگر خصوصیات مدل می گذارند. (Muleta and Nicklow, 2005; Ruano et al., 2012)

محدوده حساسیت: مکان یابی و توصیف محدوده ای از فضای متغیرها که با تغییر متغیرها در آن بیشترین تغییرات در مدل رخ می دهد. (Rakovec et al., 2014)

وابستگی متغیرها: شناسایی طبیعت و پیچیدگی ارتباط بین متغیرها و شناسایی درجه ای که متغیرها اثرات یکدیگر را خنثی، تشدید یا جبران می کنند. (Harlin, 2000; Nossent et al., 2011; Ratto et al., 2001) کاهش متغیرهای مدل: شناسایی متغیرهای غیر تأثیرگذار و غیر حساس مدل، که با حذف یا محدود کردن آن ها موجب

<sup>1</sup>Local Sensitivity analysis (LSA)

<sup>2</sup>Global Sensitivity analysis (GSA)

تفاوت دو روش تحلیل یک (فاکتور) در زمان و همه (فاکتورها) در زمان به تفاوت در انتخاب نمونه‌ای ورودی است:

در روش‌های OAT، تغییرات در خروجی مدل بررسی می‌شود در حالی که فقط یکی از متغیرهای ورودی تغییر داده شده و بقیه ثابت هستند.

در روش‌های AAT، بررسی تغییرات در خروجی مدل در حالی انجام می‌گیرد که همه متغیرهای ورودی تغییر کنند. بنابراین حساسیت مدل به هر فاکتور بصورت حساسیت به همان فاکتور بعلاوه حساسیت به اندرکنش مؤلفه‌ها بستگی دارد. این روش‌ها نیاز به نمونه‌گیری بیشتر و بنابراین تعداد برآورد بیشتر در مدل دارد.

در روش‌های تحلیل حساسیت محلی معمولاً از روش‌های نمونه‌گیری تحلیل یک (فاکتور) در زمان و روش‌های تحلیل حساسیت جامع از هر دو روش OAT و AAT استفاده می‌گردد. (Pianosi et al., 2016)

#### تحلیل حساسیت و تحلیل عدم قطعیت

تحلیل حساسیت و بخصوص تحلیل حساسیت جامع مدل ارتباط نزدیکی به تحلیل عدم قطعیت دارد. بعضی از محققین تفاوت تحلیل عدم قطعیت و تحلیل حساسیت را بدین صورت تعریف نمودند که تحلیل عدم قطعیت بر کمی‌سازی عدم قطعیت در خروجی‌های مدل تأکید دارد، در حالی که تحلیل حساسیت جامع مدل بر تقسیم‌بندی عدم قطعیت مدل به مؤلفه‌های ورودی تمرکز دارد و تعیین می‌کند کدام مؤلفه ایجاد عدم قطعیت بیشتری در مدل می‌کند. (Saltelli et al., 2008) با وجود تفاوت در هدف تحلیل حساسیت و تحلیل عدم قطعیت، روش‌های ریاضی مشابه‌ای برای برآورد عدم قطعیت و تحلیل حساسیت جامع مدل وجود دارد. روش‌های مونت کارلو که بسیاری از روش‌های تحلیل عدم قطعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند می‌توانند در روش‌های نمونه‌گیری اولیه تحلیل حساسیت جامع نیز مورد استفاده قرار گیرند.

(Pianosi et al., 2016)

بعضی روش‌های تحلیل عدم قطعیت و تحلیل حساسیت در رابطه نزدیک با یکدیگر توسعه یافتند: برای مثال روش GLUE برای تحلیل عدم قطعیت از ایده اولیه تحلیل حساسیت منطقه‌ای<sup>۲</sup> (RSA) گرفته شده است.

تحلیل حساسیت منطقه‌ای (یا فیلتر مونت کارلو)

شدن آن از مقادیر بهینه یا مرجع پارامترها بررسی می‌گردد. از جمله شاخص‌هایی که برای تحلیل حساسیت محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد می‌توان به مشتقات جزئی یا تفاضل محدود اشاره نمود. (Hill and Tiedeman, 2006)

روش‌های تحلیل حساسیت جامع، هم پارامترهای مدل و هم سایر عوامل ورودی مدل در یک فرآیند شبیه‌سازی را در نظر می‌گیرد. شاخص‌های متفاوتی برای این نوع تحلیل حساسیت مورد استفاده قرار می‌گیرد به عنوان مثال می‌توان به معیارهای همبستگی بین ورودی و خروجی‌های مدل یا مشخصات آماری توزیع‌های خروجی مانند واریانس، اشاره نمود. از آنجایی که محاسبات تحلیلی این شاخص‌ها برای بیشتر مدل‌ها غیر ممکن است، شاخص‌های حساسیت با نمونه‌گیری از ورودی‌ها و خروجی‌های برآورد شده، تخمین زده می‌شود. (Pianosi et al., 2016)

#### تحلیل حساسیت کمی و کیفی

تحلیل حساسیت کمی به کلیه روش‌هایی اطلاق می‌گردد که در آن هر یک از مؤلفه‌های ورودی با یک ارزیابی کمی و قابل تکرار از تأثیرات نسبی که معمولاً با شاخص‌های حساسیت اندازه‌گیری می‌گردد، مرتبط گردد.

اما در تحلیل حساسیت کیفی، ارزیابی کیفی با بررسی بصری پیش‌بینی مدل یا ابزارهای تصویرسازی مخصوص مانند نمودارهای گردبادی (Powell and Howard, 1988); ((Baker, 1992), نمودارهای پراکنده یا نقطه‌ای (Beven, 1993); ((Kleijnen and Helton 1999), توزیع‌های پسین پارامترهای ورودی (Freer et al., 1996) انجام می‌گیرد.

#### روش‌های یک در زمان و همه در زمان

تفاوت روش‌های تحلیل یک (فاکتور) در زمان<sup>۱</sup> و همه (فاکتورها) در زمان<sup>۲</sup> به تفاوت در روش‌های نمونه‌گیری برای برآورد شاخص‌های حساسیت بستگی دارد. در واقع، به طور کلی شاخص‌های حساسیت به دلیل پیچیدگی‌های روابط ورودی‌ها و خروجی‌های مدل قابل محاسبه نیستند، بنابراین از ورودی مدل و خروجی‌های متناظر با آن نمونه‌گیری شده و با استفاده از نمونه‌ها تحلیل حساسیت صورت می‌گیرد.

<sup>1</sup>One-At-a-Time (OAT)

<sup>2</sup>All-At-a-Time (AAT)

<sup>3</sup>Regional Sensitivity Analysis

روش تابعی از تعداد شبیه‌سازی‌ها است. بنابراین افزایش نمونه‌برداری‌ها (شبیه‌سازی‌ها) موجب افزایش دقت در این روش می‌شود.

### روش GLUE

یکی از مهم‌ترین و عملی‌ترین روش‌ها برای تحلیل عدم قطعیت پارامتری و تحلیل حساسیت جامع مدل، تخمین عدم قطعیت بر اساس درست‌نمایی تعمیم یافته<sup>۱</sup> (GLUE) است. GLUE که نخستین بار توسط بون و باینلی (۱۹۹۲) برای کار با مدل‌های غیر منحصراً بفرده در مدل‌سازی حوضه آبریز ارائه شد. (Beven and Binley, 1992) GLUE یک بسط نمونه-برداری تصادفی مونت کارلو برای ترکیب کردن نیکویی برازش هر شبیه‌سازی است. طبق گفته بون و فریر (۲۰۰۱)، این رویه منتهی به یک نوع میانگین‌گیری بیزی برای مدل‌های مختلف و پیش‌بینی‌های آن‌ها است (Beven and Freer, 2001). در تعریف بالا استدلال بیزی، روشی بر پایه احتمالات برای استنتاج کردن است. اساس استدلال بیزی بر این اصل استوار است که برای هر کمیتی یک توزیع احتمال وجود دارد که با مشاهده یک داده جدید و استدلال در مورد توزیع احتمال آن می‌توان تصمیمات بهینه‌ای اتخاذ کرد.

جهت پیاده‌سازی روش GLUE مراحل اصلی بدین صورت می‌باشد:

**گام اول:** تعیین محدوده اولیه پارامترها (توزیع پیشین پارامترها)، این محدوده می‌تواند توسط هر نوع توزیع احتمالاتی تعریف گردد، اما در مطالعات پیشین بیشتر از توابع توزیع یکنواخت استفاده گردیده است (Beven, 2001).

**گام دوم:** تولید  $N$  مجموعه از پارامترهای تصادفی از محدوده اولیه تعیین شده در گام ۱، توسط روش‌های مبتنی بر مونت کارلو، که از جمله کاراترین روش‌ها، روش نمونه‌گیری مربع لاتین می‌باشد (McKay, 1979).

**گام سوم:** تعریف تابع درست‌نمایی، در مطالعات قبلی در زمینه عدم قطعیت توابع زیادی در این خصوص ارائه گردید: حداکثر باقی مانده مطلق، واریانس معکوس خطا با ضریب شکل، مدل خطای خودهمبسته گوسی، معیارهای کارایی نش ساتکلیف با ضریب شکل  $N$  و تبدیل‌نمایی واریانس خطا با ضریب شکل  $N$ ، تابع حداکثر درست‌نمایی، حداقل میانگین مربعات خطا، میانگین مجذور مربعات خطا نرمال شده

تحلیل حساسیت منطقه‌ای، یا فیلتر مونت کارلو، از دسته روش‌هایی است که عموماً هدف در مشخص کردن مناطقی در فضای ورودی در ارتباط با مقادیر خاصی (کم یا زیاد) از خروجی دارند، که این روش‌ها برای مشخص کردن و تحلیل-های کنترلی غالب مورد استفاده قرار می‌گیرند.

ایده اولیه توسط یونگ و همکاران (۱۹۷۸) و اسپیر و هورنبرگ (۱۹۸۰) ارائه و بررسی گردید. در این روش‌ها، نمونه‌گیری از ورودی‌های مدل (معمولاً پارامترها) به دو دسته قابل قبول<sup>۱</sup> و غیر قابل قبول<sup>۲</sup> تقسیم می‌گردند، که این تقسیم‌بندی بر این اساس است که شبیه‌سازی‌های متناظر مدل، نشان‌دهنده الگو قابل انتظاری از پاسخ متغیرهای حالت هستند یا خیر.

روش دیگر برای تحلیل حساسیت منطقه‌ای، تقسیم نمونه‌های ورودی بر این اساس که خروجی‌های متناظر آن‌ها بیشتر یا کمتر از آستانه تعیین شده است، می‌باشد. سپس دو سری نمونه ورودی برای نشان دادن رفتار مدل مقایسه می‌گردند. مثلاً با استفاده از نمودارهای Q-Q، نمونه‌های قابل قبول در مقابل نمونه‌های غیر قابل قبول مقایسه می‌گردند. روش دیگر مرسوم برای تحلیل، رسم تابع توزیع تجمعی تجربی برای مجموعه‌های قابل قبول و غیر قابل قبول است.

شبیه‌سازی مونت کارلو (MC) یک روش عددی جهت تولید متغیرهای تصادفی است، به‌گونه‌ای که خصوصیات تابع توزیع حاکم بر آن‌ها را حفظ کند (Tung & Yen, 2006). در واقع روش MC تنها روشی است که به طور عملی می‌تواند توزیع احتمال خروجی (های) مدلی با درجه غیرخطی بالا و روابط پیچیده را تخمین زده (Melching, 1995) و از آن به طور گسترده‌ای در ارزیابی‌های عدم قطعیت استفاده نماید. در این روش مقادیر تصادفی از هر کدام از متغیرهای (پارامترها) نامطمئن با توجه به توزیع‌های احتمالاتی آن‌ها تولید شده و مدل به ازای هر مجموعه متغیر (پارامتر) تولید شده، اجرا می‌گردد، سپس ویژگی‌های آماری (مانند میانگین، انحراف معیار) خروجی مدل توسط روش‌های آماری استاندارد مورد ارزیابی و در نهایت تابع توزیع خروجی (های) مدل تخمین زده می‌شود. درستی توزیع احتمالاتی و آماری خروجی در این

<sup>1</sup>behavioural

<sup>2</sup>non-behavioural

<sup>3</sup>

<sup>4</sup>generalized likelihood uncertainty estimation

تابع توزیع آن یکنواخت‌تر بوده و دامنه تغییرات آن به دامنه اولیه نزدیک‌تر باشد، حساسیت مدل نسبت به آن پارامتر کمتر است.

به منظور تحلیل حساسیت مدل، هیستوگرام فراوانی بهترین پارامترهای مدل که منجر به بهترین شبیه‌سازی‌ها شده‌اند و همچنین نمودار جعبه‌ای به منظور مقایسه توزیع‌های پیشین و پسین پارامترها رسم می‌گردد.

هیستوگرام فراوانی بهترین پارامترهای مدل، شاخصی از نمودار توزیع احتمالاتی این پارامترها است و پارامترهایی که دارای پراکندگی بالایی حول میانگین می‌باشند از درجه حساسیت کمتری برخوردار هستند. درجه حساسیت بیشتر یک پارامتر، تأثیر بیشتر بر روی نتایج خروجی خواهد داشت. و می‌بایست با دقت بیشتری برآورد محدود اطمینان برای خروجی مدل صورت پذیرد.

#### منطقه مورد مطالعه:

منطقه مورد مطالعه دشت بیرجند است، در این تحقیق مدل آب‌های زیرزمینی دشت بیرجند، با استفاده از مدل ریاضی MODFLOW کدنویسی شده در Matlab ایجاد گردید. شبکه‌بندی مدل از ۹۴ ستون و ۳۴ سطر با فواصل یکسان ۵۰۰ در ۵۰۰ متر تشکیل شده است که ۱۰۷۷ سلول آن فعال در نظر گرفته شد. شرایط مرزی و شرایط اولیه آبخوان، مقادیر تغذیه و تخلیه به مدل و اطلاعات پمپاژ ۱۹۰ چاه به مدل وارد گردید. یازده چاه به عنوان چاه‌های مشاهده-ای در دشت موجود است و مدل‌سازی برای حالت ماندگار برای سال آبی ۹۰-۸۹ انجام پذیرفت. واسنجی اولیه مدل در حالت ماندگار توسط روش واسنجی خودکار PEST انجام گردید. با توجه به نتایج واسنجی اولیه هدایت هیدرولیکی مد و نقشه‌های سازند زمین‌شناسی، آبخوان دشت به ۱۷ منطقه همگن مطالعاتی تقسیم گردید (شکل ۱) به منظور تحلیل حساسیت جامع پارامتر هدایت هیدرولیکی مدل در ۱۷ منطقه مطالعاتی در حالت غیرماندگار برای پنج سال آبی ۹۲-۸۷، از روش GLUE استفاده گردید.

بدین صورت که هدایت هیدرولیکی در هر یک از مناطق مطالعاتی به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته شد، بنابراین در مجموع با داشتن ۱۷ پارامتر، از محدوده اولیه تعریف شده برای هر پارامتر عملیات نمونه‌برداری طی ۳۰۰۰ بار تکرار

است. (Keesman et al., 1989)، (Beven and Binely, 1992)، (Romanowicz et al., 1994)، (Freer et al., 1996)، (Makowski, 2002)، (Rahnama et al., 2014)، (Izady., 2015)

**گام چهارم:** انتخاب حد آستانه برای پذیرش مجموعه پارامترهای قابل قبول<sup>۱</sup>. بدین معنا که چنانچه معیار درست نمایی تابع هدف کمتر از آستانه مورد نظر باشد، مجموعه پارامتر مورد نظر رد خواهد شد (مجموعه‌های غیر قابل قبول). بنابراین در مجموعه پارامترهایی که تابع هدف بیشتر از حد آستانه باشد، مجموعه پارامترها باقی مانده و به عنوان قابل قبول شناخته می‌شوند. دو روش اصلی برای تعریف مقدار حد آستانه برای مجموعه پارامتر قابل قبول وجود دارد، می‌توان از انحراف مجاز خاصی از بالاترین مقدار احتمال در نمونه استفاده نمود یا به عنوان درصد ثابتی از تعداد کل شبیه‌سازی‌ها تعریف شده است.

**گام پنجم:** محاسبه مقادیر درست‌نمایی برای مجموعه پارامترهای قابل قبول. در این مرحله مقادیر درست‌نمایی برای مجموعه پارامترهای قابل قبول، مجدداً مقیاس می‌شوند (رابطه ۳) تا تابع توزیع تجمعی (CDF) از خروجی مدل به دست آید بدین صورت که مجموع درست‌نمایی تجمعی همه مجموعه‌های قابل قبول برابر یک باشد.

$$L_{\omega}(\theta_i) = \frac{L(\theta_i|O)}{\sum_{i=1}^N L(\theta_i|O)} \quad (3)$$

در این رابطه  $L_{\omega}(\theta_i)$  درست‌نمایی نرمال شده برای  $i$  امین مجموعه پارامترهای ورودی  $(\theta_i)$  و  $N$  تعداد مجموعه‌های پارامتر قابل قبول است.

**گام ششم:** رسم توزیع‌های پسین پارامترها و تحلیل حساسیت نهایی مدل.

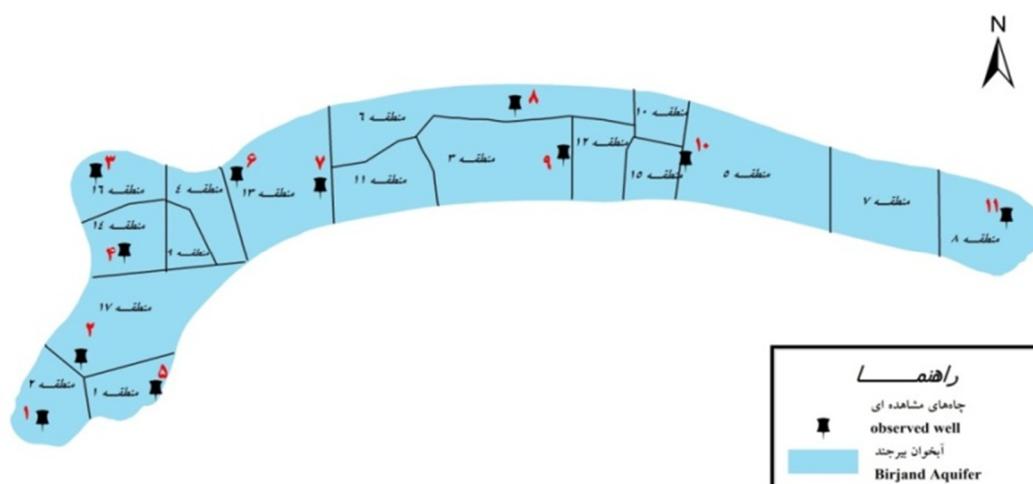
#### تحلیل حساسیت مدل با استفاده از روش GLUE

در روش GLUE و سایر تحلیل‌های احتمالاتی بر پایه شبیه‌سازی‌های مونت کارلو، به دلیل در نظر گرفتن ترکیبات مختلفی از پارامترها و تأثیر برهمکنش بین آنها، تحلیل حساسیت مدل به صورت جامع و نه مبتنی بر تغییر یک پارامتر در آن واحد که در اکثر روش‌های معمول وجود دارد، صورت می‌گیرد. در این روش‌ها با توجه به شکل توزیع پارامتر، درجه حساسیت آن بررسی می‌گردد بطوری که پارامتری که

<sup>1</sup>Behavioral parameter sets

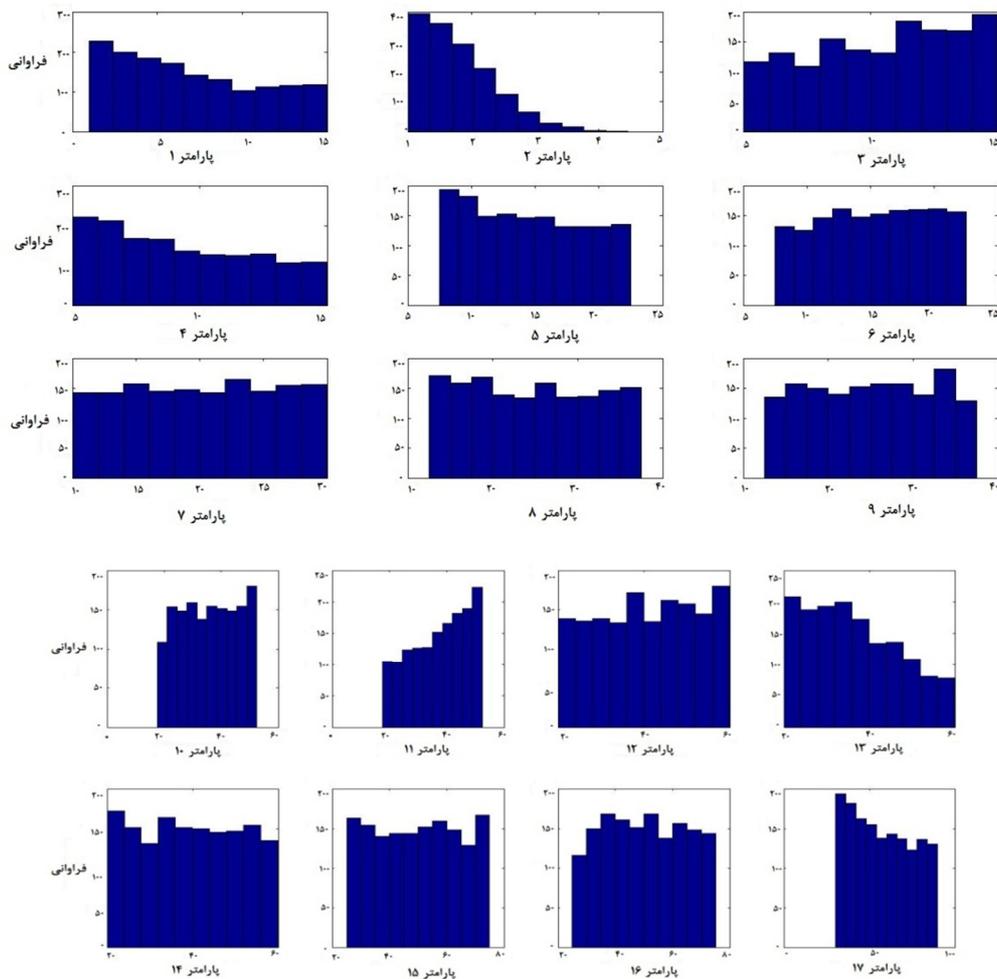
در این تحقیق (مجموع مربعات خطا) مرتب شدند و ۵ درصد از مقادیر شبیه سازی برتر و سری پارامترهای مربوط به آن، به عنوان شبیه سازی های قابل قبول از بقیه شبیه سازی ها جدا شدند. نهایتاً ۱۵۰۰ سری از پارامترهای مدل و مقادیر خروجی شبیه سازی شده توسط مدل به صورت مرتب شده به عنوان بهترین شبیه سازی ها در نظر گرفته شدند.

انجام شد. بدین ترتیب ۳۰۰۰۰ مجموعه از گروه پارامترها وارد مدل گردید. و مدل کمی آب زیرزمینی دشت در شرایط غیر ماندگار ۳۰۰۰۰ بار اجرا شد. سپس مقدار تابع درست نمایی (براساس مقادیر تراز شبیه سازی و مشاهداتی) محاسبه گردید. پس از آن بار هیدرولیکی محاسباتی و سری پارامترها از تکرار اول تا تکرار ۳۰۰۰۰ م براساس معیارهای تشابه مورد استفاده



شکل ۱- موقعیت چاه های مشاهده ای و مناطق مطالعاتی در آبخوان دشت بیرجند

Figure 1- Location of the observation wells and zonation of hydraulic conductivity in the Birjand aquifer



شکل ۲- هیستوگرام فراوانی پارامتر هدایت هیدرولیکی در ۱۷ ناحیه مطالعاتی

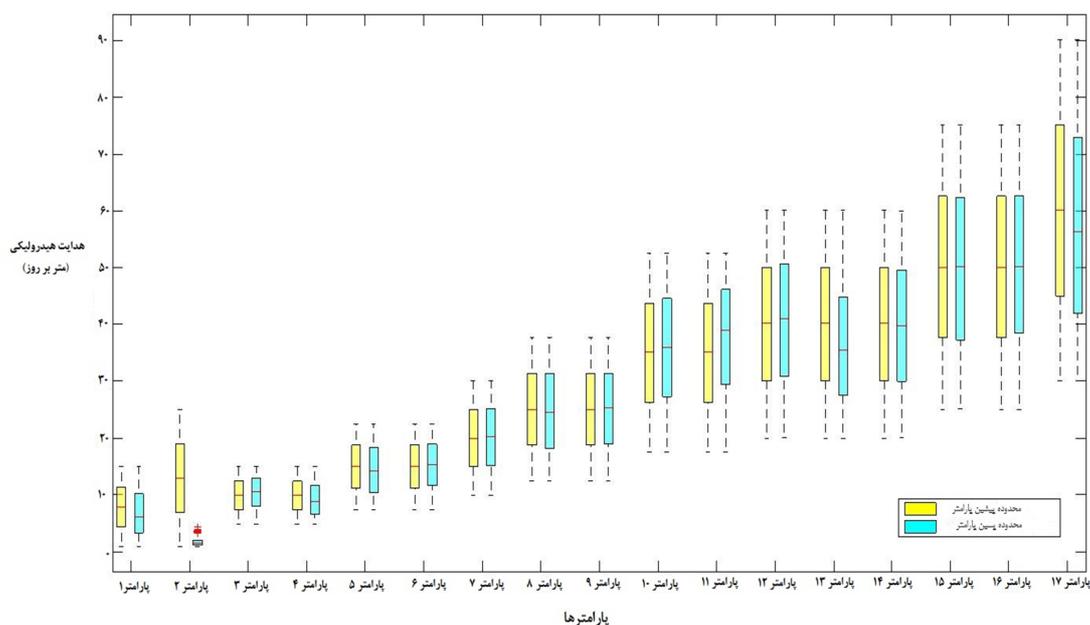
Figure 2- Frequency histograms of posterior Hydraulic conductivity parameters in the 17 Zones

## نتایج و بحث

به منظور تحلیل حساسیت مدل، هیستوگرام فراوانی پارامتر هدایت هیدرولیکی در ۱۷ ناحیه مطالعاتی، برگرفته از ۱۵۰۰ سری بهترین پارامترهای مدل که منجر به بهترین شبیه‌سازی‌ها شده‌اند، رسم گردید. (شکل ۲)

در نمودارهای بالامحورافقی نماینده پارامتر هدایت هیدرولیکی در هر یک از ۱۷ ناحیه و محور عمودی درصد فراوانی پارامترها با استفاده از روش GLUE می‌باشد، که خود شاخصی از نمودار توزیع احتمالاتی این پارامترها می‌باشد.

نمودار جعبه‌ای برای مقایسه محدوده پسین و پیشین پارامتر هدایت هیدرولیکی در ۱۷ ناحیه در شکل ۳ ارائه گردید.



شکل ۳- نمودار جعبه‌ای محدوده پارامترهای پسین و پیشین هدایت هیدرولیکی در ۱۷ ناحیه مطالعاتی، نمودارهای زرد رنگ محدوده پیشین پارامتر و نمودارهای آبی رنگ محدوده پسین پارامتر را نشان می‌دهد

Figure 3- Box plots of posterior and prior hydraulic conductivity parameter ranges in the 17 Zones, The yellow plots represent the prior parameter ranges and the blue plots represent the posterior parameter ranges

ورودی و جبهه ورودی دشت دارای رفتار حساس‌تری است. هم‌چنین در منطقه ۱۳ و ۱۷ به دلیل تغییرات شیب سنگ کف، و هم‌چنین کم بودن ضخامت سفره در منطقه ۱۷ موجب حساسیت بیشتر هدایت هیدرولیکی در این دو منطقه می‌باشد. مابقی پارامترها دارای توزیع‌های یکنواخت می‌باشند. این امر نشان‌دهنده حساسیت یکسان مدل نسبت به اکثر پارامترها است.

هم‌چنین با توجه به نمودار جعبه‌ای پارامترهای مدل (شکل ۳) مشاهده می‌شود که همه پارامترها محدوده پسین و پیشین مشابهی دارند، تنها در مورد پارامتر ناحیه ۲، محدوده ثانویه گرفته شده از روش GLUE بسیار کوچکتر از محدوده اولیه است که مشابه نتایج گرفته شده از توزیع‌های احتمالاتی پسین پارامترها، این پارامتر دارای حساسیت بیشتری می‌باشد.

پارامترهایی که دارای پراکندگی بالایی حول میانگین می‌باشند از درجه حساسیت کمتری برخوردار هستند. هرچه درجه حساسیت یک پارامتر بیشتر باشد قطعاً تأثیر بیشتری بر روی نتایج خروجی (تراز هیدرولیکی شبیه‌سازی) خواهد گذاشت. بنابراین برآورد حدود اطمینان برای بار هیدرولیکی بایستی با دقت بیشتری صورت پذیرد. با توجه به توزیع پارامترها تقریباً همه پارامترها دارای توزیع یکنواختی می‌باشند. بجز پارامتر شماره ۲ (هدایت هیدرولیکی منطقه ۲) که رفتاری تقریباً حساس را از خود نشان داده است و در مرحله بعد پارامترهای نواحی ۱، ۴، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ نیز دارای یکنواختی کمتری هستند.

در منطقه ۲ به دلیل بالا بودن سنگ کف تا ارتفاع ۵ متری در این منطقه و هم‌چنین به دلیل اینکه این منطقه در خروجی دشت واقع شده است، هر گونه تغییرات در پارامتر باعث تغییرات در سطح آب زیرزمینی می‌گردد. در منطقه ۱ نیز مانند منطقه ۲ دارای سنگ کف بالا است و هم‌چنین قسمتی از این منطقه به صورت خروجی دشت می‌باشد. پارامتر ۱۱ (هدایت هیدرولیکی در منطقه ۱۱) به دلیل قرارگیری در مرز

## نتیجه گیری و پیشنهادات

تحلیل حساسیت جزء مراحل اساسی مدل‌سازی بوده که به وسیله تغییر در پارامترهای مدل و بررسی تأثیر این تغییر بر خروجی مدل، انجام می‌شود. شیوه رایج در تحلیل حساسیت این است که فقط یک پارامتر ورودی تغییر داده شود.

تحلیل‌های احتمالاتی بر پایه شبیه‌سازی‌های مونت کارلو، با فرض عدم وجود یک سری پارامتر یکتا به عنوان پارامترهای واسنجی شده در شبیه‌سازی، و تعیین مجموعه‌ای از سری پارامترهای بهینه مدل و توزیع‌های احتمالاتی مربوط به آنها، منجر به تحلیل حساسیت جامع مدل می‌گردند.

در این تحقیق روش‌های مختلف تحلیل حساسیت بررسی گردید سپس با استفاده از روش GLUE و تابع هدف به کار

رفته در آن (مجموع مربعات خطا)، تحلیل حساسیت جامع پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل آب‌بازرسی آبخوان دشت بیرجند مطالعه شد. بدین منظور با رسم نمودارهای توزیع پسین پارامتر هدایت هیدرولیکی و مقایسه محدوده پسین و پیشین این پارامتر در ۱۷ منطقه مطالعاتی، مناطق حساس به تغییر پارامتر هدایت هیدرولیکی تعیین گردید. با استفاده از نتایج بدست آمده در مطالعات بعدی می‌توان از توزیع‌های پسین پارامترها، به عنوان توزیع پیشین مطالعات بعدی در روش GLUE استفاده نمود.

## منابع

- Beven, K. 2001. Rainfall-runoff modelling: The primer. Wiley-Blackwell, England.
- Beven, K. 1993. Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling. *Adv. Water Resour.* 16, 41e51.
- Beven, K., and Binley, A. 1992. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrol. Processes.* 6:279-298.
- Beven, K.J., Freer, J. 2001. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *Journal of Hydrology* 249:11-29. doi: 10.1016/S0022-1694(01)00421-8
- Chu-Agor, M.L., Muñoz-Carpena, R., Kiker, G., Emanuelsson, A. and Linkov, I. 2011. Exploring vulnerability of coastal habitats to sea level rise through global sensitivity and uncertainty analyses. *Environmental Modelling & Software*, 26(5), pp.593-604.
- Clark, M.P., Kavetski, D. and Fenicia, F., 2011. Pursuing the method of multiple working hypotheses for hydrological modeling. *Water Resources Research*, 47(9).
- Crosetto, M., Tarantola, S. and Saltelli, A., 2000. Sensitivity and uncertainty analysis in spatial modelling based on GIS. *Agriculture, ecosystems & environment*, 81(1), pp.71-79.
- Degenring, D., Froemel, C., Dikta, G. and Takors, R., 2004. Sensitivity analysis for the reduction of complex metabolism models. *Journal of Process Control*, 14(7), pp.729-745.
- Freer, J., Beven, K., and Ambrose, B. 1996. Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: an application of the GLUE approach. *Water Resour. Res.* 32: 7. 2161-2173.
- Gupta, H.V., Wagener, T. and Liu, Y. 2008. Reconciling theory with observations: elements of a diagnostic approach to model evaluation. *Hydrological Processes*, 22(18), 3802-3813.
- Hill, M.C. and Tiedeman, C.R. 2006. Effective groundwater model calibration: with analysis of data, sensitivities, predictions, and uncertainty. John Wiley & Sons.
- Howard, R.A., 1988. Decision analysis: practice and promise. *Management science*, 34(6), pp.679-695.
- Izady, A., Davary, K., Alizadeh, A., Ziaei, A.N., Akhavan, S., Alipoor, A., Joodavi, A., and Brusseau, M.L. 2015. Groundwater conceptualization and modeling distributed SWAT-based recharge for semi-arid agricultural Neishaboor plain. Iran. *Hydrogeol. J.* 23: 1. 47-68.
- Keesman, K., and van Straten, G. 1989. Identification and prediction propagation of uncertainty in models with bounded noise. *Int. J. Control.* 49: 6. 2259-2269.
- Kleijnen, J., Helton, J., 1999a. Statistical analyses of scatterplots to identify important factors in large-scale simulations, 1: review and comparison of techniques. *Reliab. Eng. Syst. Saf.* 65 (2), 147e185.
- Lidén, R. and Harlin, J., 2000. Analysis of conceptual rainfall-runoff modelling performance in different

- climates. *Journal of hydrology*, 238(3), pp.231-247.
- Makowski, D., Wallach, D., and Tremblay, M. 2002. Using a Bayesian approach to parameter estimation: comparison of the GLUE and MCMC methods. *Agronomie*. 22:191–203.
- Melching, C.S. 1995. Reliability estimation. *Computer models of watershed hydrology*, 69, p.118.
- McKay, M.D., Beckman, R.J., and Conover, W.J. 1979. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*. 21: 2. 239–245.
- Morse, B.S., Pohll, G., Huntington, J., and Rodrigues-Castillo, R. 2003. Stochastic capture zone analysis of arsenic-contaminated well using the generalized likelihood uncertainty estimator (GLUE) methodology. *Water Resour. Res.* 39: 1151.
- Muleta, M.K. and Nicklow, J.W. 2005. Sensitivity and uncertainty analysis coupled with automatic calibration for a distributed watershed model. *Journal of Hydrology*, 306(1), pp.127-145.
- Nossent, J., Elsen, P. and Bauwens, W. 2011. Sobol'sensitivity analysis of a complex environmental model. *Environmental Modelling & Software*, 26(12), pp.1515-1525.
- Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J.W., Rougier, J., Stephenson, D.B. and Wagener, T. 2016. Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. *Environmental Modelling & Software*, 79, pp.214-232.
- Powell, S., Baker, K. 1992. *Management Science, the Art of Modeling with Spreadsheets*, fourth ed. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA
- Rakovec, O., Hill, M.C., Clark, M.P., Weerts, A.H., Teuling, A.J. and Uijlenhoet, R. 2014. Distributed Evaluation of Local Sensitivity Analysis (DELSA), with application to hydrologic models. *Water Resources Research*, 50(1), pp.409-426.
- Rahnama, B., Naseri, M., Zahraie, B. 2014. Identifying Optimized structure and uncertainty analysis of monthly Water Balance Model. *IWRJ*. 8:14. 77-86. (In Persian)
- Ratto, M., Tarantola, S. and Saltelli, A. 2001. Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. *Computer Physics Communications*, 136(3), pp.212-224.
- Razavi, S. and Gupta, H.V. 2015. What do we mean by sensitivity analysis? The need for comprehensive characterization of “global” sensitivity in Earth and Environmental systems models. *Water Resources Research*, 51(5), pp.3070-3092.
- Romanowicz, R., Beven, K.J., and Tawn, J. 1994. Evaluation of predictive uncertainty in non-linear hydrological models using a Bayesian approach. P 297-317, In: V. Barnett and K.F. Turkman(eds.), *Statistics for the Environment: Water Related Issues*. Wiley, NewYork.
- Ruano, M.V., Ribes, J., Seco, A. and Ferrer, J. 2012. An improved sampling strategy based on trajectory design for application of the Morris method to systems with many input factors. *Environmental Modelling & Software*, 37, pp.103-109.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F. and Ratto, M. 2004. *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*. John Wiley & Sons.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., Tarantola, S. 2008. *Global Sensitivity Analysis. The Primer*. Wiley
- Spear, R.C. and Hornberger, G.M. 1980. Eutrophication in Peel Inlet—II. Identification of critical uncertainties via generalized sensitivity analysis. *Water Research*, 14(1), pp.43-49.
- Tung, Y.K., Yen, B.C. 2006. *Hydrosystems Engineering Uncertainty Analysis*. McGraw-Hill Civil Engineering Series, ASCE Press, New York.
- Van Griensven, A., Meixner, T., Grunwald, S., Bishop, T., Diluzio, M. and Srinivasan, R. 2006. A global sensitivity analysis tool for the parameters of multi-variable catchment models. *Journal of hydrology*, 324(1), pp.10-23.
- Young, P.C., Spear, R.C., Hornberger, G.M. 1978. Modeling badly defined systems: some further thoughts. In: *Proceedings SIMSIG Conference*, Canberra, pp. 24e32.



### Sensitivity analysis of Groundwater model

BaharehSadat Hamraz<sup>\*1</sup>, Abolfazl Akbarpour<sup>2</sup>, Mohsen Pourreza Bilondi<sup>3</sup>

1. PHD student of water Resource engineering, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

2. Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3. Assistant Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

Corresponding Author E-mail\*: bahareh.hamraz@gmail.com

Received: 26-02-2017; Accepted: 06-08-2017

#### Abstract:

Sensitivity analysis is the basic process of modeling that determines how the variation in the output of the model can be attributed to variations of its input factors. In recent decades with the increase in simulation models and the complexity of these models due to increased variables, sensitivity analysis is an essential tool for understanding the role and significance of variables in the modeling process. There are different categorizations for a variety of sensitivity analysis methods, Depending on whether output variability is obtained by varying the inputs around reference (nominal) values, or across their entire feasible space, Sensitivity analysis is either referred to as local or global. Quantitative and qualitative sensitivity analysis and One-At-a-Time (OAT) and All-At-a-Time (AAT) methods are other divisions for a variety of sensitivity analysis methods. In this study, sensitivity analysis methods in simulation models were investigated and capability of GLUE method, a common method for uncertainty analysis based on the Monte Carlo simulations, was presented to analyze the sensitivity of groundwater model in a case study.

**Keywords:** local Sensitivity Analysis (LSA), Global Sensitivity Analysis (GSA), One-At-a- Time (OAT), All-At-a-Time (AAT), GLUE