

## پیش‌بینی نوسانات هیدروگراف واحد آبخوان دشت صحنه با استفاده از تحلیل سری‌های زمانی

معصومه زینعلی<sup>۱</sup>، آرش آذری<sup>۲\*</sup>، محمد مهدی حیدری<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه

۲- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه

۳- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه

\* نویسنده مسئول: a.azari@razi.ac.ir

### چکیده

در حال حاضر مدل‌های باکس جنکینز یکی از ابزارهای کاربردی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مختلف بخصوص نوسانات سطح ایستابی می‌باشند. در این مطالعه نوسانات هیدروگراف واحد آبخوان دشت صحنه با استفاده از مدل‌های باکس جنکینز پیش‌بینی شده است. محدوده مورد مطالعه، آبخوان دشت صحنه واقع در استان کرمانشاه می‌باشد. با استفاده از داده‌های ماهانه ۲۱ پیژومتر موجود در دشت، سری زمانی هیدروگراف واحد آبخوان دشت صحنه برای ۱۹ سال آبی (۸۹-۸۸ تا ۷۱-۷۰) محاسبه و رسم شد. با بهره‌گیری از توابع خود همبستگی و خودهمبستگی جزئی سری زمانی ایستا، مدل‌های مختلف فصلی - ضربی باکس جنکینز بر داده‌ها برازش داده شد. پس از بررسی نتایج، شش مدل برتر معرفی گردید. در نهایت پس از صحت‌سنجی مدل‌ها بر اساس تست نرمالیت باقی مانده‌ها، مدل  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$  به عنوان برترین مدل برای پیش‌بینی نوسانات هیدروگراف واحد آبخوان دشت صحنه انتخاب شد. نتایج نشان داد مدل منتخب قادر به پیش‌بینی نوسانات فصلی است اما تناوب یا سیکل را به درستی نشان نمی‌دهد.

واژه‌های کلیدی: سری‌های زمانی، هیدروگراف واحد، مدل SARIMA، آبخوان صحنه

## مقدمه

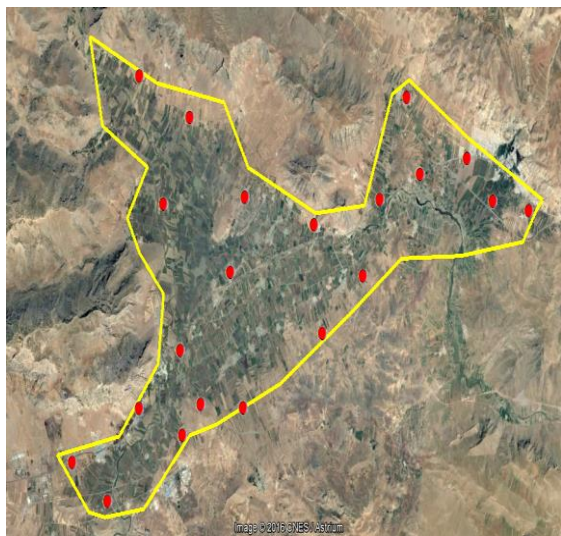
در حال حاضر محدودیت منابع آبی جهت تأمین آب مورد نیاز کشاورزی و شرب و سایر مصارف موجب بروز مشکلات عمده‌ای شده است. در این زمینه منابع آب زیرزمینی به عنوان یکی از مهم‌ترین منابع آبی موجود محسوب می‌شود. بنابراین پیش‌بینی و برآورد نوسانات سطح آب زیرزمینی به عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای اقلیمی در استفاده بهینه از منابع آبی محسوب می‌گردد. هدف از انجام این تحقیق تخمین مناسب‌ترین مدل سری زمانی فصلی ضربی برای پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی در آبخوان دشت صحنه می‌باشد. مدل‌سازی سری‌های زمانی، ابزاری کاربردی برای طراحی، مدیریت و برنامه‌ریزی در منابع آب و پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی می‌باشد. اساس اکثر روش‌های پیش‌بینی بر پایه نوعی شبیه‌سازی از وضعیت موجود است که اصطلاحاً به آن مدل‌سازی گفته می‌شود (Hashemi And Jahanshahi, 2005). در طول نیم قرن گذشته تحقیقات وسیعی در رابطه با سری‌های زمانی و مدل‌سازی توسط باکس و جنکینز انجام شده است. Salas, 1980 مراحل مدل‌سازی سری‌های زمانی را به طور کلی در سال ۱۹۷۰ ارائه نمودند. در پژوهشی توسط Thoth et al., 1999 کاربرد مدل‌های تصادفی و فرضی در به روز کردن پیش‌بینی دبی سیلاب در هنگام وقوع با استفاده از ۶ مدل تصادفی گوناگون در رودخانه سیوا در ایتالیا، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد مدل  $ARIMA(1,1)$  بهترین مقدار پیش‌بینی را در بین سایر مدل‌ها داشته است. Ahn, 2000 در پیش‌بینی نوسانات سطح ایستابی با استفاده از مدل‌های  $ARIMA$  و نیز با توجه به داده‌ها از روش‌های تفاضل‌گیری درجه دوم برای حذف روند موجود استفاده نمود.

در پژوهشی Castellano-Mendez et al., 2014 به منظور مطالعه رفتار هیدرولوژیکی حوضه‌ی زالاس در شمال غربی اسپانیا بر پایه‌ی مدل‌سازی رفتار رواناب تولیدی در مقیاس‌های مختلف زمانی، مدل‌های باکس‌جنکینز و شبکه‌های عصبی را مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها برای پیش‌بینی متوسط رواناب ماهانه و هم‌چنین متوسط بارندگی ماهانه از مدل  $ARIMA$  و برای پیش‌بینی دوره‌های کوتاه‌مدت بارندگی روزانه از مدل  $ARIMA$  و شبکه‌های عصبی بهره بردند. بررسی‌های لازم بر روی سری‌های

زمانی ثبت شده نشان داد که بارش خود همبستگی زیادی از لحاظ پارامترهای فصلی در سری زمانی دارد. در همین راستا Wang et al., 2013 با استفاده از دوره تناوب فصلی و مدل  $SARIMA$  داده‌های آماری بارش مربوط به شهر شوگونگ از سال ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۹ را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که مدل برازش خوبی بر داده‌ها داشته است. به این معنا که مدل می‌تواند برای پیش‌بینی بارش برای هشدار سیل به کار رود. Valipoor et al. 2012 با استفاده از دبی‌های ماهانه ثبت شده در سال‌های ۱۹۶۰ تا ۲۰۰۷ بر اساس مدل‌های  $AR$  و  $ARMA$  و  $ARIMA$  جریان ورودی به مخزن سد دز را با افزایش تعداد پارامترهای مدل به چهار مورد به منظور افزایش دقت آن پیش‌بینی نمودند و نتایج به دست آمده را با مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی استاتیک و دینامیک مقایسه کردند. ۴۲ سال اول برای مدل کردن و ۵ سال باقی مانده برای پیش‌بینی استفاده شد. Chitsazan, 2005 با بهره‌گیری از سری‌های زمانی طولانی مدت هیدروگراف واحد آب زیرزمینی دشت شهرکرد تغییرات هیدروگراف دشت را برای مدت ۲۴ ماه پیش‌بینی نمود. Jalal- Kamali et al., 2006 از طریق مدل‌سازی سری‌های زمانی به روش باکس-جنکینز جریان ماهانه ورودی به سد شهید عباسپور پیش‌بینی و مورد بررسی قرار دادند.

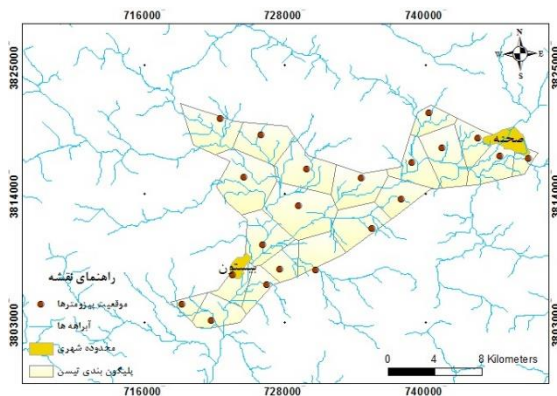
Ahmadizadeh et al., 2008 با استفاده از سری‌های زمانی فصلی جهت پیش‌بینی جریان آینده ورودی به مخزن سد ارس استفاده نمودند و در نهایت مدل فصلی  $12(1,0,1)(2,1,2)$   $ARIMA$  برای پیش‌بینی انتخاب گردید. در پژوهشی Soleimani and Sedghi, 2012 به منظور ارائه مدل آماری و پیش‌بینی وضعیت بارش و سیلاب در حوضه آبریز دریاچه ارومیه از مدل‌سازی سری‌های زمانی استفاده کردند. برای مدل‌سازی آمار بارندگی ماهانه ۴۲ ساله و آمار آبدی ماهانه ۴۲ ساله در نظر گرفته شد. که مدل  $SARIMA(1,0,4)*(2,1,1)$  برای بارش و مدل  $SARIMA(1,0,0)*(0,1,1)$  برای رواناب به عنوان بهترین مدل جهت پیش‌بینی سیلاب معرفی شد. Hajibeigo et al., 2012 با استفاده از ۵۰ سال بارش ثبت شده در ایستگاه باران سنجی بابامان واقع در استان خراسان شمالی و با استفاده از مدل  $SARIMA$  بارش را برای ۱۰ سال پیش‌بینی نمودند.

زیرزمینی مربوط به ۲۱ پیزومتر واقع در دشت برای بررسی نوسانات آب زیرزمینی استفاده شد. برای استخراج هیدروگراف واحد آب زیرزمینی دشت، مطابق با شکل (۲) مساحت تحت پوشش هر پیزومتر بر اساس پلیگون‌بندی تیسن استخراج شده و وزن هر پیزومتر محاسبه گردید. سپس بر این اساس هیدروگراف واحد آب زیرزمینی دشت صحنه با استفاده از آمار و اطلاعات تراز سطح آب در پیزومترها در طول ۱۹ سال آبی (۷۱-۷۰ تا ۸۹-۸۸) ترسیم شد. در نهایت تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی بروی داده‌های حاصل از هیدروگراف واحد صورت گرفت. سری زمانی این داده‌ها در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۱- تصویر ماهواره‌ای موقعیت دشت صحنه و محل پیزومترها

Figure 1- Satellite Image of the Sahneh Plain and Piezometers Location



شکل ۲- پلیگون‌بندی تیسن در دشت صحنه در GIS

Figure 2- Thiessen polygons in Sahneh plain on GIS

Maroofi et al., 2014 بر اساس آمار ۳۵ ساله بارش همدان از مدل SARIMA برای پیش‌بینی بارش و از شاخص SPI برای پیش‌بینی خشکسالی استفاده نمودند. همچنین Golabi et al., 2014 از مدل‌های باکس-جنکینز برای پیش‌بینی بارش در سه ایستگاه منتخب اهواز، آبادان و دزفول استفاده نمودند. نتایج حاکی از دقت خوب مدل در پیش‌بینی بارندگی فصلی بود.

بررسی تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد، مدل SARIMA به دلیل در نظر گرفتن تغییرات فصلی داده‌های اقلیمی، کاربرد بیشتری نسبت به مدل ARIMA در تحلیل سری‌های زمانی اقلیمی دارد. اما کاربرد این روش در خصوص پدیده‌هایی مانند نوسانات تراز آب زیرزمینی که بطور غیر مستقیم تحت تأثیر عوامل اقلیمی هستند یا روند تغییرات آن تحت تأثیر دخالت انسان است، باید مورد آزمون قرار گیرد و در صورت لزوم به عنوان مدل مناسب منطقه معرفی گردد. لذا هدف از این تحقیق آزمون قابلیت پیش‌بینی مدل‌های فصلی ضریبی مختلف باکس جنکینز و انتخاب بهترین مدل پیش‌بینی هیدروگراف واحد آب زیرزمینی دشت صحنه می‌باشد.

## مواد و روش‌ها

### معرفی و موقعیت جغرافیایی منطقه مطالعاتی

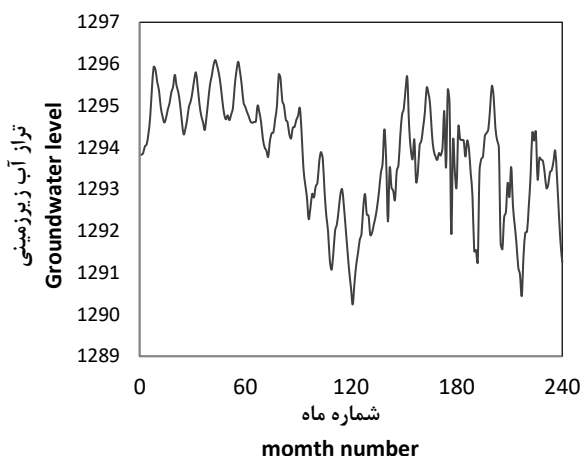
شهرستان صحنه با وسعت ۱۶۱۲ کیلومتر مربع ۶/۲ درصد مساحت استان را بخود اختصاص داده است. شهرستان صحنه در شرق استان کرمانشاه بین ۳۴ درجه و ۱۹ دقیقه و ۳۴ درجه و ۴۸ دقیقه عرض شمالی و ۴۷ درجه و ۶ دقیقه تا ۴۷ درجه و ۵۱ دقیقه طول شرقی از نصف النهار گرینویچ واقع شده است.

دشت صحنه در قسمت جنوبی و شرقی این شهرستان از اراضی آبرفتی و دامنه‌های اطراف تشکیل شده که دارای مساحتی در حدود ۱۷۰ کیلومتر مربع است. این دشت از ارتفاعات بید سرخ آغاز و در ارتفاعات نعل شکن خاتمه می‌یابد (شکل (۱)). شهرستان صحنه دارای آب و هوای معتدل کوهستانی و بیلابلی است و بر اساس تقسیم‌بندی اقلیمی کوپن، دارای اقلیم استپی نیمه‌خشک و استپی گرم می‌باشد. برای انجام این تحقیق ابتدا محدوده دشت صحنه را در محیط GIS ترسیم نموده و موقعیت پیزومترها بر روی آن نشان داده شد. سپس از داده‌های ماهانه تراز آب

مهم‌ترین عوامل ایجاد نایستایی در یک سری، مولفه‌هایی چون روند و تناوب می‌باشند. لذا در حالت کلی‌تر که سری نایستا باشد، ضرایب تفاضل‌گیری نیز به این مدل اضافه می‌شود و به اختصار به صورت  $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$  نشان داده می‌شود. در این معادله ضرایب  $d$  و  $D$  به ترتیب درجه تفاضل‌گیری ساده و فصلی را نشان می‌دهد که اغلب این ضرایب از یک تجاوز نمی‌کند (Chatfield, 1989).

### روش پیش‌بینی باکس-جنکینز در مینی تب

این روش اساساً شامل برازش یک مدل SARIMA بر داده‌ها می‌باشد. برای تولید پیش‌بینی بر پایه یک مدل SARIMA، پس از مشخص شدن مدل نهایی یعنی تعیین مرتبه تفاضلی کردن و تعیین مرتبه هر یک از فرآیندهای AR و MA، از ابزار پیش‌بینی برای ایجاد سری زمانی آینده استفاده می‌شود. تعداد پیش‌بینی‌ها و نقطه شروع آن نیز مشخص می‌گردد. برای این کار با انتخاب مدل ARIMA شش پارامتر اصلی مدل که شامل درجه مدل و مرتبه تفاضلی می‌باشند تعیین شده و بر داده‌ها برازش داده می‌شود. به دلیل اینکه مدل شناسایی شده از نوع فصلی است، دوره تناوب مدل در بخش Period برابر ۱۲ ماهه در نظر گرفته می‌شود. چنانچه مدل غیر فصلی باشد در بخش Nonseasonal مرتبه هر یک از فرآیندهای اتورگرسیو و میانگین متحرک و همچنین درجه تفاضلی کردن تعیین می‌شود. مینی تب بطور پیش فرض جمله ثابت را در مدل لحاظ می‌کند و مدل را با جمله ثابت برازش می‌دهد. در صورتی که با بررسی مدل برازش شده، نتیجه گرفته شود که نیازی به حضور جمله ثابت در مدل نمی‌باشد، کافی است مدل بدون جمله ثابت تعریف گردد. چنانچه لازم باشد، ابتدا مقادیر اولیه برای برآورد پارامترهای مدل تعیین می‌گردد. به این ترتیب که مقادیر اولیه مورد نظر در یکی از ستون‌های مینی تب ذخیره شده و سپس نام این ستون در بخش اطلاعات مدل وارد می‌شود. لازم به ذکر است که الگوریتم محاسباتی، مدل ARIMA را تا ۲۵ تکرار انجام می‌دهد تا مدل تعریف شده را برازش دهد. اگر جواب همگرا نباشد، می‌توان پارامترهای برآورد شده را ذخیره کرده و از آنها به عنوان مقادیر اولیه برای برازش دوم استفاده کرد.

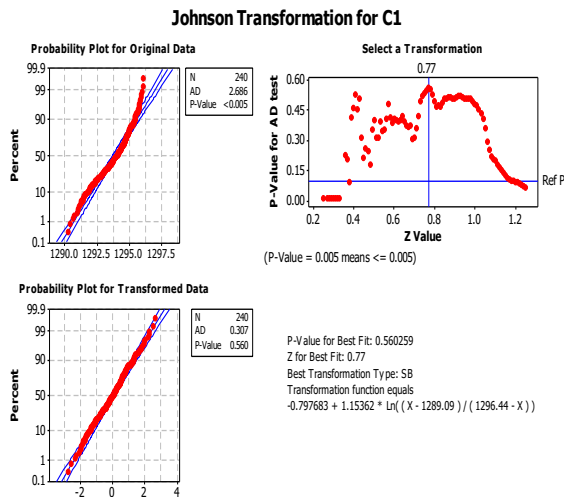


شکل ۳- هیدروگراف واحد سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت صحنه

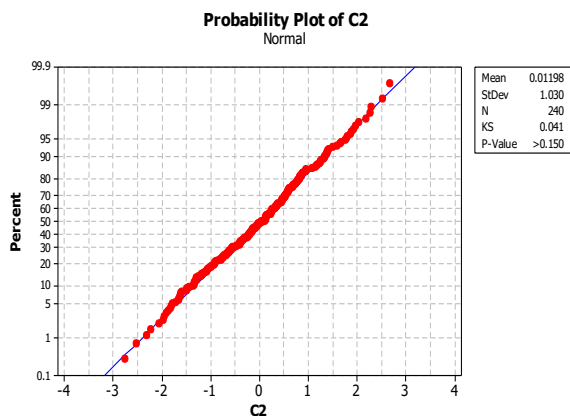
Figure 3- Hydrograph unit of the groundwater level of the aquifer of the plain of the Sahne

### مدل باکس جنکینز

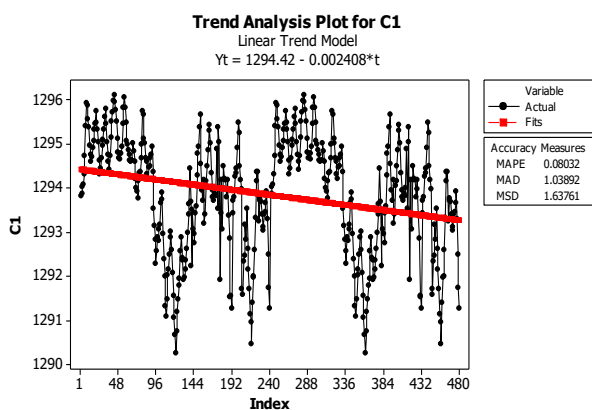
زمانی که متغیرها به نحوی تحت تاثیر عوامل طبیعی باشد، نوعی مولفه‌های فصلی را از خود نشان می‌دهد. سری‌های هیدرولوژی و هیدروژئولوژی، نظیر بارندگی، درجه حرارت، نوسانات سطح آب‌زیرزمینی و دبی چشمه‌ها دارای مولفه‌های تناوبی فصلی با دوره‌های ۱۲ ماهه هستند. به طور کلی در مورد این سری‌ها می‌توان گفت که مولفه‌های سری به دو بخش تقسیم می‌شود، بخشی از تغییرات سری زمانی که مربوط به تغییرات فصلی بوده و بخش دیگر که به تغییرات بین فصول مختلف بر می‌گردد. در تحلیل سری-های زمانی به نوسانات فصلی، غیرفصلی و تصادفی مولفه-های سری زمانی می‌گویند. برای مدل‌بندی این گونه سری‌ها باید اثرات این نوسانات را به نوعی در مدل دخالت داد. باکس جنکینز نوع خاصی از این مدل‌ها را که در عمل نتایج مناسبی داشته و بر ساختار کلی مدل‌های ARIMA هم منطبق است به نام مدل‌های فصلی ضریبی به صورت کلی  $ARIMA(p, q)(P, Q)$  ارائه داد. در این مدل ضرایب  $p, q$  مرتبه غیرفصلی و  $P, Q$  مرتبه فصلی فرآیندهای اتورگرسیو و میانگین متحرک را نشان می‌دهد. هرگاه میانگین، واریانس و خصوصیات آماری یک سری زمانی در طول زمان ثابت باشد سری‌زمانی، سری ایستا گفته می‌شود. فرم عمومی ذکر شده در فوق در مورد سری-های ایستا می‌باشد. لذا در صورتی که سری زمانی فاقد میانگین و واریانس ثابتی باشد، سری‌زمانی نایستا است.



شکل ۵- استفاده از تبدیل جانسون برای ایستا کردن واریانس  
Figure 5- Using Johnson Conversion to Stagnate the Variance

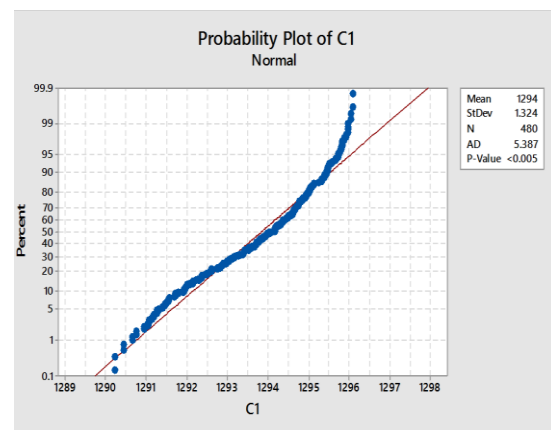


شکل ۶- بررسی نرمال شدن داده‌ها پس از انجام تبدیل جانسون  
Figure 6- Examining the normalization of data after Johnson's transformation



شکل ۷- بررسی وجود روند در داده‌های اصلی  
Figure 7- Checking the trend in the main data

در مدل‌سازی سری‌های زمانی اولین مرحله این است که که سری زمانی داده‌ها ایستا باشند. برای تشخیص ایستایی سری زمانی ابتدا با استفاده از آزمون نرمال‌یته در محیط نرم افزار مینی تب ایستایی بررسی شد. با توجه به شکل (۴) سری زمانی ایستا نبود و در نتیجه باید نایستایی را حذف کرد. در این تحقیق برای ایستا کردن سری زمانی از تبدیلات یو جانسون استفاده شد. نمودار سری زمانی بعد از ایستا شدن در واریانس و همچنین معادله تبدیل آن برای سری زمانی در شکل (۵) نشان داده شده است. در پایان کار بعد از تشخیص مدل مناسب، مقادیر پیش‌بینی شده با استفاده از این معادله تبدیل، به مقادیر واقعی سری زمانی برگشت داده شد. شکل (۶) نشان دهنده نرمال شدن داده‌ها بعد از انجام تبدیل بر روی داده‌هاست. مرحله دوم، بررسی وجود یا عدم وجود روند در سری زمانی است که همان نایستایی در میانگین می‌باشد. با توجه به شکل (۷) داده‌ها دارای روند نزولی هستند. برای رفع این نایستایی در میانگین می‌توان از هرداده نسبت به داده قبل تفاضل‌گیری انجام داد. همانطور که در شکل (۸) نمایان است با یک مرحله تفاضل‌گیری از سری زمانی، روند داده‌ها از بین رفت. اگر روند سری زمانی با یکبار تفاضل‌گیری از بین نرفت لازم است تفاضل‌گیری با درجات بالاتر انجام شود.



شکل ۴- سری زمانی نایستا  
Figure 4- Non-Stationary Time Series

که در آن:  $B^s$ : عملگر تفاضل که به صورت

$$B^k Y_t = Y_{t-k}$$

تعریف می‌شود،

عملگر خود همبسته،  
 $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

عملگر میانگین متحرک،  
 $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_s B^s - \Phi_{2s} B^{2s} - \dots - \Phi_{ps} B^{ps}$$

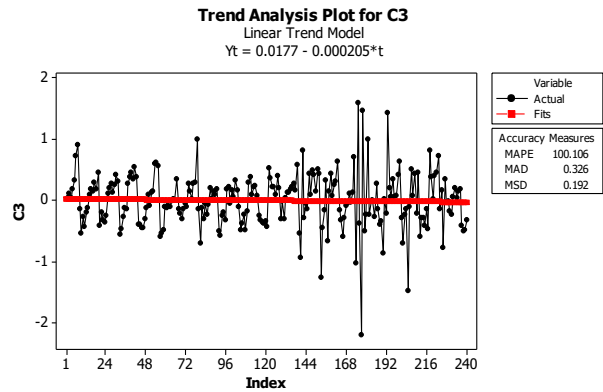
: عملگر خود همبسته‌ی فصلی

$$\Theta_q(B^s) = 1 - \Theta_s B^s - \Theta_{2s} B^{2s} - \dots - \Theta_{qs} B^{qs}$$

: عملگر میانگین متحرک فصلی نام دارند.

طبق فرمول بالا  $\phi$  پارامتر مدل همبسته‌ی غیر فصلی،  $\theta$  پارامتر مدل میانگین متحرک غیر فصلی  $\Phi$  پارامتر مدل خود همبسته فصلی و  $\Theta$  پارامتر مدل میانگین متحرک فصلی است.

سپس برای تشخیص بهترین مدل از نمودار توابع همبستگی (ACF) و خود همبستگی جزئی (PACF) سری داده‌های جدید بعد از حذف روند در محیط مینی‌تب استفاده شد. این دو نمودار اطلاعات مفیدی برای تشخیص بهتر مدل در اختیار ما قرار می‌دهند. به این صورت که اگر داده‌ها از مدل  $AR(p)$  تبعیت کنند نمودار ACF بصورت نامحدود بوده و حالت نمایی یا موجی می‌شود و خط حدود اطمینان در نمودار PACF در فاصله  $p$  قطع می‌گردد. اما اگر سری زمانی مورد بررسی از مدل  $MA(q)$  پیروی کند نمودار ACF در فاصله  $p$  قطع می‌شود و نمودار PACF بصورت نامحدود بوده و به حالت نمایی یا موجی میرا نمایان می‌شود. زمانی که توابع PACF و ACF بصورت نامحدود گسترش پیدا کنند و در تاخیرهای  $p-q$  عملکرد منظم داشته باشند و به شکل نمایی میرا شوند مدل  $ARMA(p,q)$  است. به طور خلاصه می‌توان چنین شرح داد که از تابع ACF برای تعیین مرتبه مدل خود همبسته و از تابع PACF برای تعیین مرتبه مدل میانگین متحرک استفاده می‌شود.



شکل ۸- سری زمانی داده‌های حذف روند شده

Figure 8- Time series of deleted data processing

بعد از اینکه نایستایی در واریانس و میانگین از بین رفت در مرحله‌ی بعد مدل‌سازی سری زمانی انجام شد. یکی از مدل‌های سری زمانی برای پیش‌بینی مدل ARMA است که توسط باکس و جنکینز ارائه شده است. این مدل ترکیبی از مدل‌های خود همبسته (AR) و میانگین متحرک (MA) است. برتری مدل‌های ARMA در مقایسه با مدل‌های AR تغییرپذیری بالاتر و تعداد پارامترهای کمتر نسبت به مدل‌های خود همبسته مرتبه بالاتر است. کاربرد مدل  $ARMA(p,q)$  در سری‌های زمانی ایستا است که از ترکیب مدل خود همبسته از مرتبه  $p$  و مدل میانگین متحرک با مرتبه  $q$  تشکیل شده است. اگر سری زمانی ایستا نباشد و با تفاضل‌گیری ایستا شود از مدل  $ARIMA(p,d,q)$  استفاده می‌شود که در آن  $d$  نشان دهنده دفعات تفاضل‌گیری است.

اگر در سری زمانی مورد بررسی مانند سری‌های زمانی هیدرولوژیک تغییرات فصلی وجود داشته باشد از مدل‌های SARIMA استفاده می‌شود. این مدل توسعه یافته مدل ARMA است. این مدل متشکل از دو مدل  $ARIMA$  فصلی و غیر فصلی است که به شکل  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s$  نشان داده می‌شود و در آن  $P$  مرتبه‌ی مدل خود همبسته فصلی،  $D$  تعداد دفعات تفاضل‌های فصلی انجام شده و  $Q$  مرتبه‌ی مدل میانگین متحرک و  $s$  طول فصل می‌باشد. این مدل طبق رابطه (۱) تعریف می‌شود.

$$\phi_p(B)\phi_p(B^s)^d(1-B^s)^D Y_t = \theta_q(B)\theta_q(B^s)\varepsilon_t \quad (1)$$

### صحت‌سنجی الگوی انتخابی

بعد از اینکه مدل مناسب برای پیش‌بینی انتخاب شد باید صحت آن را تایید کرد. مدل انتخابی باید از دو معیار زیر تبعیت کند.

۱. تجزیه و تحلیل باقیمانده‌های مدل برازش شده
۲. برازش مدل با پارامتر بیشتر

سری باقیمانده‌های مدل انتخابی باید نرمال (دارای میانگین یک و واریانس صفر) باشند. همچنین باقیمانده‌های مدل انتخابی باید مستقل باشند که برای بررسی این شرط از آزمون لجانگ باکس استفاده می‌شود که حالت اصلاح شده آزمون پورت-مونتو است و توسط لجانگ-باکس (۱۹۷۸) ارائه شده است. این آزمون برای بررسی فرض  $H_0 = \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$  از آماره زیر استفاده می‌کند.

$$Q = n(n+2) \sum_{h=1}^k \frac{\bar{p}_h^2}{n-h} \quad (2)$$

که در آن:  $n$ : تعداد مشاهدات است. اگر  $m$  تعداد پارامترهای مدل و  $k$  تعداد گام‌های تأخیر باشد، چنانچه  $|Q| \geq \chi_{m-k}^2$  باشد فرض  $H_0$  رد خواهد شد و باقیمانده خود همبسته بوده و مدل رد خواهد شد. در نهایت امکان دارد چندین مدل برازش داده شده در مرحله‌ی صحت‌سنجی شرایط تایید را داشته باشند در این صورت برای انتخاب بهترین مدل از معیار دیگری به نام آکائیک استفاده می‌شود. هرچه این معیار کوچک تر باشد مدل موردنظر مناسب تر خواهد بود.

$$ACI(P, q) = N \ln(S_e^2) + 2(p+q) \quad (3)$$

که در آن  $N$  تعداد اطلاعات سری زمانی و  $S_e$  واریانس خطای (باقیمانده) سری می‌باشد. در واقع هر چه واریانس خطا کمتر باشد مدل برازش داده شده مدل بهتری است. همچنین مدلی خوب است که از تعداد پارامترهای کمتری استفاده کند. چون استفاده از مدل‌هایی که دارای پارامترهای زیاد از حد هستند به دلیل خطای ناشی از برآورد پارامترهای اضافی، واریانس خطای پیش‌بینی را افزایش می‌دهد. بنابراین لازم است درجه  $p$  و  $q$  نیز کمتر باشد. در نهایت نتیجه می‌شود مدلی که  $AIC$  کمتری داشته باشد به عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود (Karamooz And Araqi Nezhad, 2010). طبق این

معیار مدلی که مقدار آکائیک آن کمتر باشد و ضرایب آن معنی‌دار باشند و سری باقیمانده‌های آن نرمال باشند به عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود. برای سری ماهانه از معیار آکائیک اصلاح شده که از رابطه‌ی (۴) بدست می‌آید، استفاده می‌گردد.

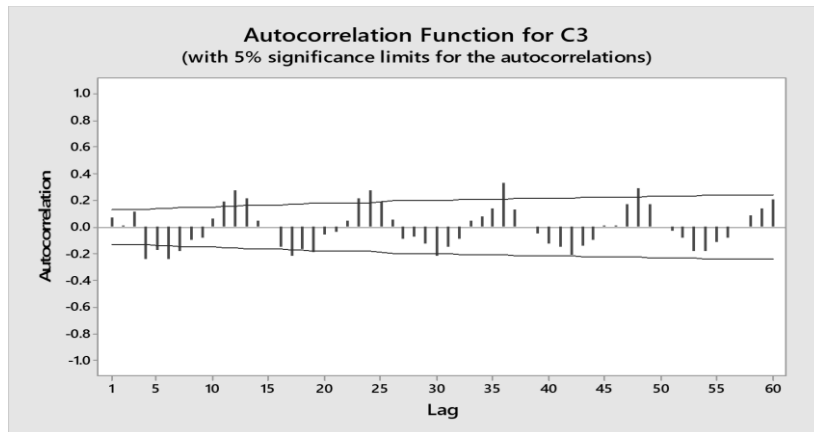
$$ACI = n \left( \ln \left( \frac{2\pi RSS}{n} \right) + 1 \right) + 2(p+q+P+Q) \quad (4)$$

که در آن:  $n$  تعداد مشاهدات،  $RSS$  مجموع مربعات باقی مانده‌ها،  $P$  و  $p$  به ترتیب مرتبه‌ی مدل خود همبسته فصلی و غیرفصلی،  $Q$  و  $q$  به ترتیب ترتیب مرتبه‌ی مدل‌های میانگین متحرک فصلی و غیرفصلی می‌باشند.

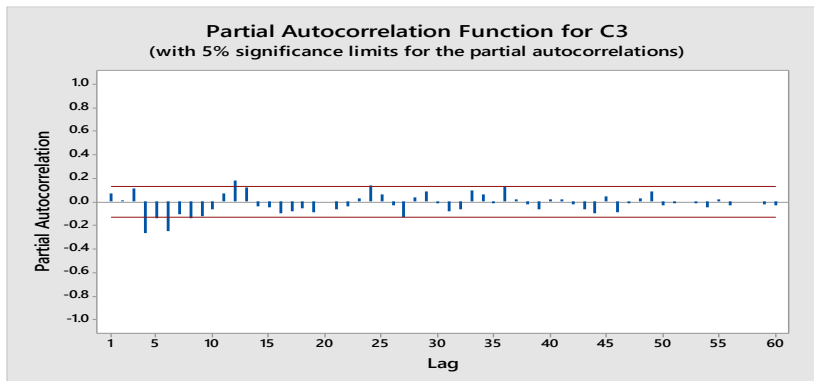
### نتایج و بحث

برای انجام تحقیق حاضر از داده‌های هیدروگراف واحد که با استفاده از مقادیر ماهانه تراز آب ۲۱ پیزومتر در سطح دشت بدست آمد استفاده شد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم افزار مینی‌تب استفاده شد. بعد از نرمال کردن سری زمانی، مطابق با شکل‌های (۹) و (۱۰) توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی مربوط به داده‌های ایستا شده ترسیم شد. سپس مدل‌های مختلفی بر سری زمانی داده‌ها برازش داده شد. برای انتخاب مدل برتر از معیار آکائیک استفاده شد که بر اساس آن در نهایت مدلی به عنوان مدل برتر انتخاب خواهد شد که دارای کمترین مقدار آکائیک باشد. لازم به ذکر است که ابتدا شش مدل پذیرفته شده از مقدار آکائیک کمتر به بیشتر مرتب شده و هر کدام از آنها مورد صحت‌سنجی قرار گرفت. با انتخاب مدل اول، سری باقیمانده‌های آن بررسی شد. اما به دلیل اینکه پس از رسم نمودار خودهمبستگی باقیمانده‌ها در تمام گام‌های تأخیر در محدوده‌ی اطمینان قرار نگرفت در صحت‌سنجی رد شد. سپس مدل دوم مورد صحت‌سنجی قرار گرفت. نتیجه نشان داد که سری باقیمانده‌های این مدل ایستا نیستند. به همین صورت مدل سوم هم رد شد و در نهایت مدل چهارم تمام شرایط صحت‌سنجی را دارا بود. برای صحت‌سنجی مدل انتخابی، دو معیار مورد بررسی قرار گرفت. یکی اینکه باقیمانده‌های مدل مورد بررسی قرار گرفت و پس از رسم نمودار خودهمبستگی باقیمانده‌ها اگر تمام گام‌های تأخیر در محدوده‌ی اطمینان قرار گیرد به معنای مناسب بودن مدل است. از طرف

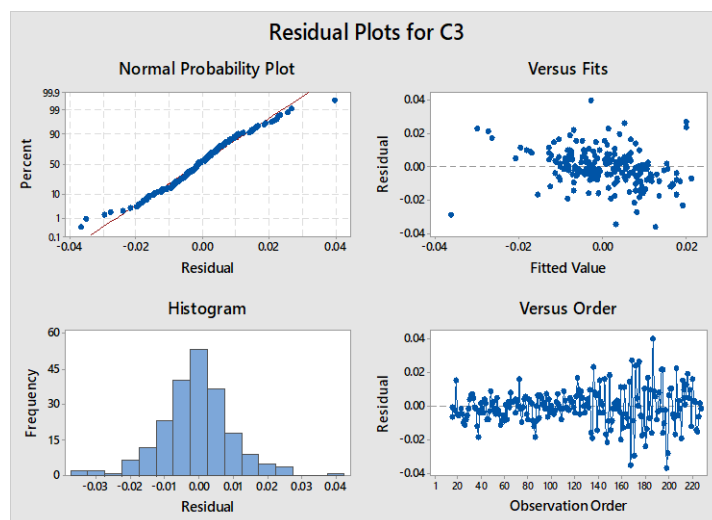
دیگر اگر سری باقیمانده‌ها نرمال باشند به این معنی است که مدل انتخابی مناسب است.



شکل ۹- توابع خود همبستگی داده‌های ایستا شده  
Figure 9- Self-correlation functions of stationary data

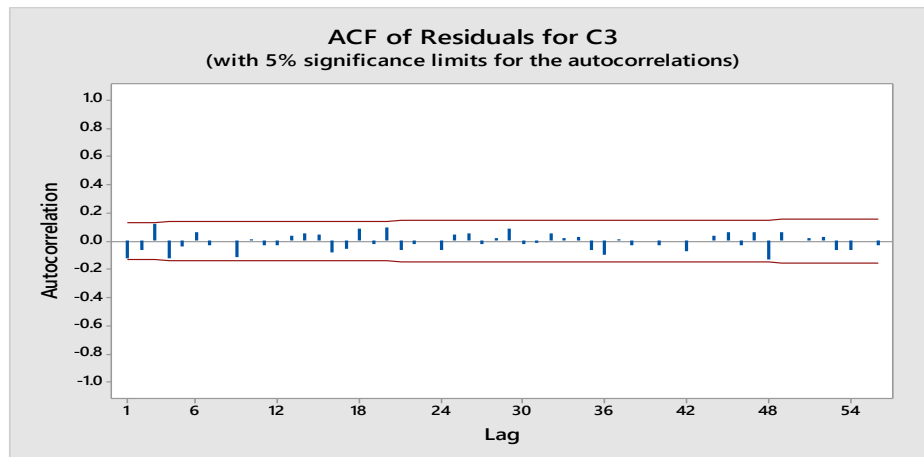


شکل ۱۰- توابع خود همبستگی داده‌های ایستا شده  
Figure 10- Self-correlation functions of stationary data

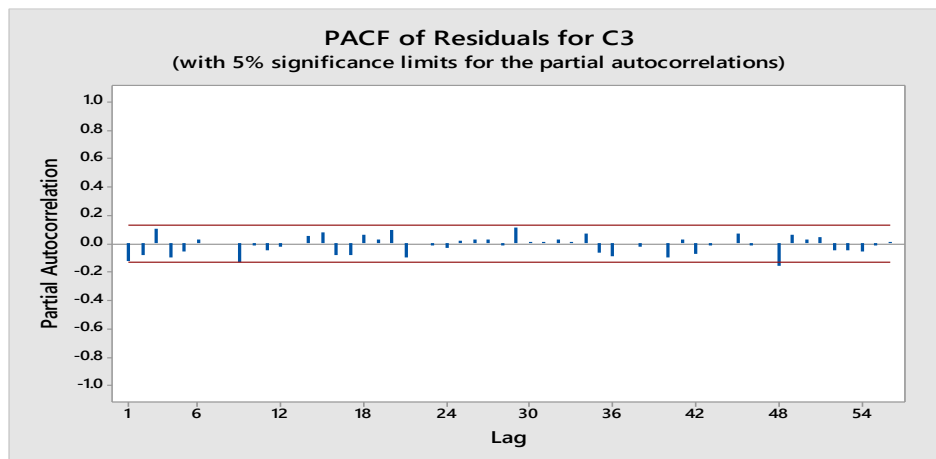


شکل ۱۱- بررسی نرمال بودن باقیمانده‌های مدل انتخابی  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$   
Figure 11- Checking the Normality of Selected Model Residuals  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$





شکل ۱۲- نمودار تابع خود همبستگی باقیمانده‌های مدل انتخابی  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$   
 Figure 12- Self-correlation function graph of selected model residuals  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$



شکل ۱۳- نمودار تابع خود همبستگی جزئی باقیمانده‌های مدل  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$   
 Figure 13- Self-correlation function diagram of model residuals  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$

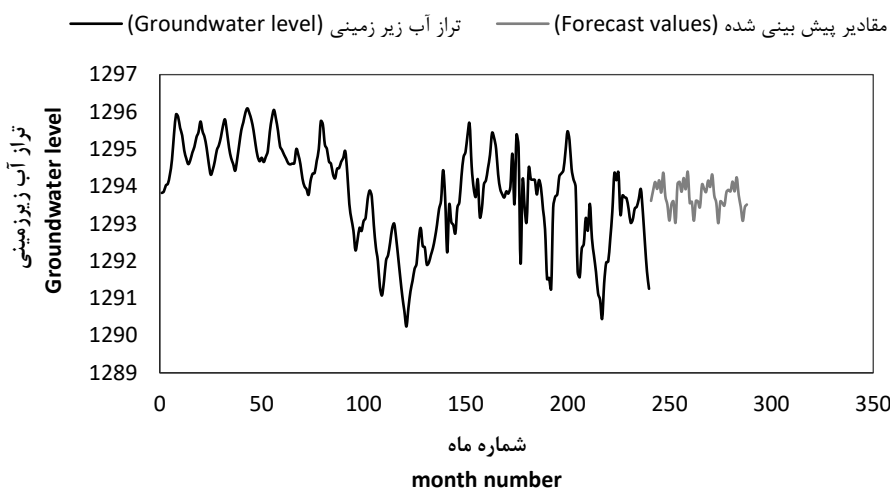
تعیین و تایید مدل انتخابی  $SARIMA(1,1,4)(3,1,0)_{12}$ ، با استفاده از آن نوسانات سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت صحنه برای ۴۸ ماه آینده پیش‌بینی شد و با توجه به اینکه تبدیل یو جانسون بر روی سری زمانی انجام شده بود و با استفاده از معادله تبدیل آن داده‌های پیش‌بینی شده را به حالت اولیه برگردانده تا مقدار مدل شده واقعی بدست آید که نمودار آن در شکل (۱۴) نشان داده شده است.

معیار دیگر برای بررسی صحت مدل انتخابی آزمون لجانگ باکس بر روی باقیمانده‌های مدل است که مقادیر حاصل از این آزمون در جدول شماره (۱) آورده شده است. در این جدول باید مقادیر p-value بزرگتر از ۰/۰۵ باشد تا آزمون پذیرفته شود. همانطور که در جدول نمایان است مقادیر p-value در تمام تأخیرها بزرگتر از ۰/۰۵ است و این آزمون هم صحت مدل را تأیید می‌کند. پس از

جدول ۱- تأییدآزمون لجانگ-باکس بر روی باقیمانده‌های مدل انتخابی

Table 1- Confirmation of the Lejang Box test on the selected model residuals

| ۴۸    | ۳۶    | ۲۴    | ۱۲    | Lag         |
|-------|-------|-------|-------|-------------|
| ۴۰/۹  | ۲۹/۱  | ۱۹/۹  | ۹/۴   | Chi- Square |
| ۴۰    | ۲۸    | ۱۶    | ۴     | DF          |
| ۰/۴۳۰ | ۰/۴۰۶ | ۰/۲۲۶ | ۰/۰۵۲ | P-Value     |



شکل ۱۴- مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی شده تراز آب زیرزمینی  
Figure 14- Observational and predicted values of groundwater level

### نتیجه‌گیری

بوجود آمده است بدرستی شبیه‌سازی و پیش‌بینی نشده است. برای در نظر گرفتن سیکل در سری‌های زمانی پیشنهاد می‌شود از توابع طیفی که در قلمرو فرکانس قادر به پیش‌بینی نقاط بیشینه و کمینه می‌باشند، استفاده شود. در نهایت اگر از مدل‌های آریما و توابع طیفی که بصورت آماری محض هستند به بطور همزمان استفاده شود، مدلی بدست می‌آید که هم تغییرات فصلی و هم سیکل را در نظر گرفته و مقادیر پیش‌بینی معقول‌تری را ارائه می‌دهد.

با توجه به قابلیت‌های منحصر به فردی که مدل آریمای فصلی ضربی (SARIMA) نسبت به مدل آریمای معمولی دارد، مانند در نظر گرفتن فصل که از خصوصیات بارز داده‌های هیدرولوژیکی و داده‌های مرتبط با آن است، در این تحقیق از این مدل بهره گرفته شد. نتایج نشان داد با وجود شبیه‌سازی درست نوسانات فصلی، مدل SARIMA سیکل را در نظر نمی‌گیرد. نمودار مقادیر پیش‌بینی شده تراز آب زیرزمینی، تغییرات فصلی در داده‌های پیش‌بینی را بدرستی نشان می‌دهد. اما نقاط بیشینه یا کمینه تراز آب زیرزمینی که در اثر دوره‌های تر سالی و خشک‌سالی

### منابع

Ahmadizadeh, M., Mousavi, Nadoushni, S., Khashi, A., 2008. Using seasonal time series to predict the flow into the reservoir

of Sardas. The third Iranian Water Resources Management Conference, 23 to 25 October. Tabriz University, Faculty of

- Eng, Construction [in Persian with English Summary].
- Ahn, H., 2000. Modeling of groundwater heads based on second order difference time series modelings. *J. Hydrolo.* 234, 82-94.
- Asadi, M., Akhundaali, A. M., Azari, A., 2015. Estimation of inflow into the Maroun dam reservoir using the SARIMA seasonal model. Third inter, conference on applied research in agricultural sci, Tehran, comprehensive university Practical [in Persian with English Summary].
- Castellano-Mendez, M., Gonzalez, Manteiga, W., Febrero, Bande, M., Prada, Sanchez, J.M., Lozano, Calderon, R., 2004. Modelling of the monthly and daily behaviour of the runoff of the Xallas river using Box-Jenkins and neural networks methods. *J. Hydrolo.* 194, 13-33.
- Chatfield, C., 1989. *The Analysis of Time Series: An Introduction*. 4th Edition, Chapman and Hall, New York.
- Chitsazan, M., 2005. Hydrograph Forecasting of Shahrekord Plain using the Jenkins Box Model. 24th Conference of Geology [in Persian with English Summary].
- Golabi, M.R., Akhond, Ali, A.M., Radmanshif, F., Kashefipour, M., 2014. Comparison of prediction accuracy of Jenkins box models in seasonal rainfall modeling (case study: Selected stations in Khuzestan province). *Quarterly J. Res, Geogra*, 29(3), 61-72 [in Persian with English Summary].
- Hajibeigo, M, Ghezel, Sopholou, A, Alimirzaee, H., 2012. Survey and Estimation of Average Monthly Rainfall Using SARIMA Technique (Case Study: Bojanam Station of Bojnourd). *Irrigation Sci, Eng, (Scientific Journal of Agriculture)*, J 36, Sh3, Autumn 2013, 54-41 [in Persian With English Summary].
- Hashemi, R., Jahanshahi, M., 2005. Analysis and prediction of total monthly and annual precipitation in Torbat-e-Heidariyeh Khorasan, Fifth Random and Random Process Seminar, Birjand [in Persian with English Summary].
- Jalal-Kamali, A., Mahmoudian, Shooshtari, M., Jalal, Kamali, N., 2006. Forecast of monthly flow into Shahid Abbaspour Dam reservoir using Jenkins Time Series. Seventh International River Engineering Conference [in Persian with English Summary].
- Karamooz, M., Araqi, Nezhad., 2010. *Advanced Hydrology*. Amirkabir, Uni, Tech. (Tehran Polytechnic) [in Persian with English Summary].
- Khorami, M., Bozorgnia, A., 2008. Analysis of time series with Minibar software. Sokhan Gostar Publishing House.
- Maroofti, S., Behnaz, K., Sadeghifar, M., Parsafar, N., Eldormi, A., 2014. Drought prediction using SARIMA time series and SPI index in the central region of Hamedan province. *Water Research in Agriculture*. 28(1), 213-225.
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., Lane, W. L., 1980. *Applied Modeling of Hydrologic Time Series* Water Resources Publications. Littleton Colorado., U.S.A.
- Soleimani, M., Sedghi, H., 2012. Flood Prediction Using Stochastic Models Case Study of Urmia Lake Basin. The 9th Inter Cong, Civil Eng, Isfahan Uni, Tech. May 19-21 [in Persian With English Summary].
- Thoth, E., Montanari, A., Broth, A., 1999. Real-Time Flood Forecasting Via Combined Use of Conceptual and Stochastic Models. *Physchem Earth (B)*. 24(7), 768-793.
- Valipoor, M., Bnihabib, M.E., Behbahani, S.M.R., 2012. Comparison of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam reservoir. *J. Hydrolo.* 274, 211-222. [in Persian with English Summary].
- Wang, Sh., Feng, J., Liu, G., 2013. Application of seasonal time series model in the precipitation forecast. *Mathematical and Computer Modelling*. 33, 477-431.



## Prediction of unit hydrograph fluctuations for Sahneh aquifer using time series analysis

Massoumeh Zeinalie<sup>1</sup>, Arash Azari<sup>\*2</sup>, Mohammad Mehdi Heidari<sup>3</sup>

1- Graduated Master of Water Resources Engineering, Faculty of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran

2- Assistant Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran

3- Assistant Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran

\*Corresponding Author E-mail: a.azari@razi.ac.ir

### Abstract

Nowadays, Box-Jenkins models are considered as one of the applicable tools to forecast different time series, especially water table fluctuations. This study addresses the prediction of unit hydrograph fluctuations of Sahneh plain aquifer using Box-Jenkins models. The study area is Sahneh Plain located in the province of Kermanshah. Using monthly data related to 21 piezometers available in the plain, unit hydrograph time-series of Sahneh plain aquifer were computed and plotted for 19 water years (1991-92 to 2009-10). With the use of autocorrelation and partial autocorrelation functions, static time series of multiple seasonal Box-Jenkins models were fitted to the data. After reviewing the results, six top models were introduced. After verifying, ultimately, SARIMA (1,1,4)(3,1,0)<sub>12</sub> model was chosen as a best one to forecast unit hydrograph fluctuations in the Sahneh aquifer. The results show that the selected model is capable of predicting seasonal fluctuations, but does not correctly represent the period or cycle.

**Keywords:** SARIMA model, Sahneh aquifer, Time Series, Unit Hydrograph