

Article info





homepage: https://aec.birjand.ac.ir/

Numerical Analysis of Passive Mixing Efficiency in a New Magneto-Electroosmotic Micromixer

Morteza dallakehnejad^{1*}, Sayed Ali Mirbozorgi²

¹ Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

² Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

* 1435763811, Tehran, Iran, mdallakehnejad@tvu.ac.ir

Article history: Received: 10 Mey 2025 Revised: 4 Jun 2025 Accepted: 16 Jun 2025 Available online: 16 Jun 2025

Keywords: Magnetohydrodynamics Electroosmotic Flow Magnetic Flux Density Lorentz Force Electric Double Layer

https://doi.org/10.22077/ AEC.2025.9380.1028 Abstract In this paper, the mixing efficiency in a new magneto-electroosmotic micromixer has been numerically investigated and simulated. The micromixer in question is actually a microchannel with electroosmotic flow in which a permanent magnetic field perpendicular to the microchannel is used to create passive mixing. The main objective is to analyze the effects of magnetic flux density and zeta potential of the walls on the flow velocity field and ultimately the mixing efficiency. The flow geometry is a two-dimensional microchannel between two parallel plates, with uniformly charged surfaces throughout its walls. The flow is assumed to be incompressible, steady, and laminar. The governing equations, including the modified Navier-Stokes equations for fluid motion, the magnetic field equation, the equations for external and internal electric potentials, the Nernst-Planck equations for positive and negative ion concentration distributions, and the species concentration equation, are solved using the finite volume method. Numerical results showed that for microchannel flow at Reynolds number 0.03, electrical double layer parameter 16.42, and magnetic flux density of 5 NA⁻¹m⁻¹, an increase in zeta potential intensifies the flow in the central region of the microchannel, which leads to a significant decrease in mixing efficiency; from 98% to 45%. The results also showed that with increasing magnetic flux density, the mixing efficiency along the microchannel increases. This analysis can be effectively utilized in the design of microelectronic cooling systems and microchips.

تحلیل عددی راندمان اختلاط غیر فعال در یک ریزمخلوط گر جدید مگنتو-الکترواسموتیکی

مرتضی دلاکه نژاد'*، سید علی میریزرگی^۲

استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، تهران، ایران

* ۱٤٣٥٧٦٣٨١١، تهران، ايران، ايران، mdallakehnejad@tvu.ac.ir

اطلاعات مقاله	جكيده
ت <i>اریخچه مقاله:</i>	در این مقاله، راندمان اختلاط در یک ریزمخلوطگر جدید تحت عنوان مگنتو-الکترواسموتیکی بهصورت عددی بررسی و شبیه سازی شده است.
دریافت: ۰۴/۰۲/۲۰	ریزمخلوطگر مورد نظر در واقع یک ریزمجرا با جریان الکترواسموتیک است که به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال در آن، از یک میدان مغناطیسی
بازنگری: ۰۴/۰۳/۱۴	دائم عمود بر ریزمجرا کمک گرفته شده است. هدف اصلی، تحلیل اثرات چگالی شار مغناطیسی و زتاپتانسیل دیوارهها بر میدان سرعت جریان و
پذیرش: ۰۴/۰۳/۲۶	نهایتا راندمان اختلاط است. هندسه جریان یک ریزمجرای دوبعدی بین دو صفحه موازی است که سرتاسر دیوارهها تر میدار مغناطیسی
نشر برخط: ۰۴/۰۳/۲۶	می اشد. بعلاوه جریان مورد نظر تراکم ناپذیر، دائم و آرام فرض شده است. معادلات حاکم بر مسأله، شامل معادلات ناوبر-
<i>کلمات کلیدی:</i>	برای میدان جریان سیال، معادله میدان مغناطیسی، معادلات میدانهای پتانسیل الکتریکی خارجی و داخلی، معادلات توزیع غلظت یونهای مثبت
مگنتوهیدرودینامیک	و منفی (ارنست-پلانک) و معادلهی غلظت گونهها به روش عددی حجم محدود حل شده است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک
جریان الکترواسموتیک	ریزمجرا با رینولدز 0.03، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی 16.42 و چگالی شار مغناطیسی 5 نیوتن بر آمپرمتر، افزایش زتاپتانسیل موجب تقویت حرکت
چگالی سطحی شار مغناطیسی	سیال در ناحیه مرکزی شده و راندمان اختلاط کاهش می یابد به طوری که این کاهش راندمان اختلاط از مقدار 88 درصد به مقدار 45 درصد
نیروی لورنتس	می رسد. همچنین نتایج نشان داد که با افزایش چگالی سطحی شار مغناطیسی، راندمان اختلاط در طول ریزمجرا افزایش می یابد. این تحلیل می تواند
لایه دوگانه الکتریکی	در طراحی سیستمهای خنککاری ریزالکترونیکی و ریزتراشهها کاربرد مؤثری داشته باشد.

۱ – مقدمه

آمادهسازی سریع یک مخلوط همگن برای بسیاری از کاربردهای شیمیایی و زیست شناسی مانند شناسایی عامل زیستی-شیمیایی^۱ در مقیاس های ریز، کاربردهای آزمایشگاهی روی یک تراشه^۲، انتقال و تحویل دارو، پیوندزنی دیانای^۲، تقویت واکنش زنجیرهای پلیمری⁴ و غیره اغلب امری ضروری است [۱-۳]. در بعضی از این کاربردها، سیستم مورد نظر دارای هندسه ساده و کوچکی است به طوری که فرآیند اختلاط بسیار آهسته رخ می دهد. این کندی فرایند عمدتاً به علت آرام بودن جریان در این سیستمهای ریز است. در یک جریان آرام عامل اصلی اختلاط فقط مکانیزم پخش مولکولی است و در غیاب مکانیزم های دیگر، افزایش راندمان اختلاط از طریق پخش به راحتی امکان پذیر نیست. بنابراین، جست و جوی روش های مناسب و ابتکاری برای بهبود اختلاط در چنین دستگاههایی ضروری به نظر می رسد. در متون تخصصی مربوطه، روش های اختلاط فعال[°] و غیرفعال¹ متعددی برای افزایش راندمان در این سیستمهای ریزمیاس معرفی شده است.

در روشهای اختلاط فعال، از یک منبع انرژی خارجی برای افزایش راندمان استفاده میشود. در این روشها برای مثال از میدان مغناطیسی متغیر [٤, ٥]، اغتشاش فشاری [٦]، اغتشاش آکوستیکی [۷]، قدرت پنوماتیکی بخار [۸] و غیره به عنوان منبع انرژی خارجی استفاده میشود. عموماً، روشهای اختلاط فعال که به طور مؤثر زمان اختلاط گونهها را کاهش میدهند، دارای راندمان بالاتری نسبت به روشهای غیرفعال هستند. این در حالی است که بیشتر آنها به سختی با سیستمهای ریزسیالی ادغام میشوند. چرا که استفاده از محرکهای فرکانس متغیر خارجی و قطعات متحرک مکانیکی داخلی برای آنها ضروری است. به منظور پرهیز از مشکلات اختلاط فعال، یک راه جایگزین آن است که اختلاط غیرفعال به خدمت گرفته شود. به خلاف روشهای فعال، روشهای غیرفعال معمولاً به روشهایی اشاره دارد که در آن نیازی به منابع انرژی خارجی نمی باشد. این روشها اغلب مبتی بر مکانیزم پخش یا جابجایی آشوبناک^۷ هستند که در آنها با طراحی یک مجرای خاص، گردابههایی را در جریان به منظور افزایش سطح و زمان تماس گونهها ایجاد میکند.

از جمله روشهای اختلاط غیرفعال، روش اعمال یک نیروی خارجی عمود بر جهت جریان اصلی است، به طوری که این نیرو جابجا نمی شود. در مقاله حاضر، این نیروی عمودی که به نیروی لورنتس الکترومغناطیس[^] معروف است توسط یک میدان الکترومغناطیسی فراهم می گردد. به اثرات هیدرودینامیکی سیال در این حالت دیناموهیدرومغناطیس (اماچدی)⁶ گفته می شود، به عبارت دیگر، دیناموهیدرومغناطیس مطالعه ی حرکت سیال تحت تاثیر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد است. این در حالی است که عاملیت جریان اصلی مورد نظر در این مقاله، نیروی لورنتس الکترواسموتیک ^{۱۰} است و لذا ریزمخلوط گر حاصل را یک ریزمخلوط گر مگنتو الکترواسموتیک می امند.

لازم به ذکر است که جریان الکترواسموتیک(ایاواف)^{۱۱} بهعنوان یک روش پمپاژ جدید در حوزه سیستمهای ریزالکترومکانیکی^{۱۲} نظیر ریزتراشهها، ریزمخلوطگرها و ریزیمپها، برای انتقال مواد شیمیایی و زیستی، به دلیل مزایای قابل توجه نسبت به دیگر روشها نظیر فشار-محرک^{۲۱}، به طور گسترده بکار میرود. نیروی لورنتس در این جریان از اعمال میدان الکتریکی خارجی بر بارهای خالص در لایه دوگانه الکتریکی (ای دی ال)^{۱۲} حاصل می گردد. لایه دوگانه الکتریکی، ناحیه ای از سیال (الکترولیت) در مجاورت دیواره مجرا است که به دلیل عدم توازن یونهای مثبت و منفی باردار است. حرکت سیال در ناحیه ای دی ال عامل اصلی ایجاد جریان ای اواف با پروفیل سرعت تخت است.

یوسفیان و بیاره [۱۶] نوع جدیدی از ریزمخلوط گر الکترواسموتیک را در حضور میدانهای الکتریکی جریان متناوب و جریان مستقیم پیشنهاد کردند. نتایج آنها نشان مىدهد كه براى هر دو ميدان الكتريكي مستقيم و متناوب، راندمان اختلاط را مىتوان با مقدار ولتاژ اعمال شده و سرعت ورودی سیال کنترل کرد، بدین صورت که با افزایش ولتاژ اعمال شده و کاهش سرعت ورودی، راندمان اختلاط بهبود می یابد. گنگولی و همكاران [١٨, ١٧] تركيب جريان الكترواسموتيك و جريان نانوسيالات فشار- محرك را در ریزمجراها تحت تأثیر میدانهای مغناطیسی بررسی کردند. آنها نشان دادند که افزودن نانوذرات به سیال پایه، هرچند باعث کاهش انتقال حرارت در حضور میدان مغناطیسی و با افزایش کسر حجمی و اندازه خوشههای ذرات می شود، اما در عوض تولید آنترویی کل را کاهش داده و منجر به کاهش برگشتناپذیری ترمودینامیکی و بهبود کارایی سیستم در مقیاس ریز می شود. وارگاس و همکاران [۱۹] پراکندگی هیدرودینامیکی جریان را از طریق ریزمجراها با استفاده از یک محرک ترکیبی الکترواسموتیک-مگنتوهیدرودینامیکی مشاهده کردند که تغییر تدریجی در زتا پتانسیل دیواره مجرا را نشان داد. آنها نشان دادند که تغییرات همزمان میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و زنا پتانسیل دیوارهها میتواند بهطور قابل توجهی توزیع محوری ضریب پخش مؤثر یک محلول خنثی را در ریزمجرا تغییر دهد. بالاجی و همکاران [۲۰] مدولاسیون الكترواسموتيك- مكنتوهيدروديناميكي جريانهاى فشرده چرخان را با اثرات زتا یتانسیل محاسبه کردند. آتها نشان دادند که در سیستمهای جربان فشرده سیالات هوشمند، با كنترل همزمان سرعت فشردگی، شدت چرخش، میدانهای الكتریکی و مغناطیسی و پارامترهای مکش دیواره میتوان فشار، توزیع سرعت و اصطکاک ناشی از لزجت را بهینهسازی کرد. لو و همکاران [۲۱] با استفاده از ناهمگنی زتا پتاسیل دیواره و ميدان الكتريكي متناوب راندمان اختلاط را در جريان الكتروجنبشي به طور عددي تحليل نمودند. آنها از مدل تقريبي بولتزمن در توصيف توزيع يونها در لايه دوگانه الكتريكي استفاده كردند. اثرات ناهمگنى مورد استفاده در كار آنها بهصورت زتايتانسيل وصلهای با مقدار ثابت در هر وصله پیادهسازی شده است.

ژانگ و ژوآ [۲۲] به مطالعه عددی یک رېزمخلوط گر الکترواسموتیک سهبعدی با ساختار منحنی فراکتالی کخ پرداختهاند. آنها نشان دادند که استفاده از هندسههای فراکتالی مانند منحنی کخ میتواند به طور قابل توجهی سطح تماس و پیچیدگی جریان را افزایش دهد و در نتیجه راندمان اختلاط را در ریزمخلوط گرها بهبود بخشد. موندال و همکاران [۲۳] به تحلیل عددی اختلاط الکترواسموتیک در یک ریزمخلوط گر با بار سطحي ناهمگن و با موانع پرداختند. نتايج آنها نشان داد كه چيدمان موانع بهصورت متناوب و ایجاد ناهمگنی در بار سطحی کانال میتواند راندمان اختلاط را تا 99 درصد افزایش دهد. این پژوهش بر اهمیت طراحی ساختاری و خواص سطحی در بهبود كارابي اختلاط در مقياس ريز تأكيد داشت. كلانتر فيوج و همكاران [٢٤] به شبيهسازي عددی اختلاط الکترواسموتیک با استفاده از روش اجزای محدود پرداختهاند. آنها نشان دادند که شبیهسازی اجزای محدود یک ابزار قدرتمند برای پیشبینی و بهینه سازی عملکرد ریزمخلوط گرها است. این مطالعه بر اهمیت دقت در مدل سازی پدیدههای الکتروجنبشی و تعامل آنها با دینامیک سیالات تأکید دارد و نشان میدهد که تغییر پارامترهایی مانند فرکانس میدان الکتریکی و پتانسیل سطحی میتواند به طور قابل توجهی بر کارایی اختلاط تأثیر بگذارد. ژانگ و همکاران [۲۵] به تحلیل عددی عملکرد اختلاط در یک ریزمخلوط گ الکترواسموتیک با دیوارههای مجرای کسینوسی پرداختند. آنها نشان دادند که با بهینهسازی پارامترهایی مانند تعداد جفت الکترودها، اختلاف فاز، فركانس و ولتاژ ميدان الكتريكي متناوب، مي توان راندمان اختلاط را به طور چشمگیری تا 96 درصد افزایش داد. این کار بر اهمیت طراحی هندسی و شرایط عملياتي در بهبود اختلاط الكترواسموتيك تأكيد ميكند. هررا والنسيا و همكاران [٢٦] به مطالعه جریان الکترواسموتیک سیالات ساختارمند با استفاده از یک مدل رئولوژیکی تعمیمیافته جدید پرداختند. آنها نشان دادند که این مدل جدید میتواند تغییرات پروفایل سرعت و توزیع تنش را در سیالات پیچیده با دقت بالاتری نسبت به مدلهای قبلی پیشبینی کند. این کار به درک عمیقتر رفتار سیالات ساختارمند در

^{1.} Biological/Chemical Agent

^{2.} Lab-on-a-Chip

^{3.} DNA Hybridization 4. PCR Amplification

^{5.} Active

^{6.} Passive

^{7.} Chaotic Advection

^{8.} Electromagnetic Lorentz force

^{9.} Magnetohydrodynamic (MHD)

^{10.} Electroosmotic Lorentz force

Electroosmotic Flow (EOF)
 Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)

^{13.} Pressure-Driven

^{14.} Electric Double Layer (EDL)

میدانهای الکتریکی و توسعه مدلهای دقیقتر برای طراحی دستگاههای ریزسیالی کمک میکند.

جین و نانداکومار [۲۷] در یک کار عددی از یک الگوی بهینه شده بار سطحی ناهمگن به منظور بهبود اختلاط در جریان الکتروجنبشی استفاده نمودند. آنها ناهمگنی را با تعداد زیادی وصله در حالتهای مختلف ایجاد کردند که در هر وصله مقدار زتاپتانسیل ثابت میباشد. نایاک [۲۸] اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره را در جریان الکترواسموتیک به منظور افزایش راندمان اختلاط با استفاده از مدل ارنست-پلانک به طور عددی شبیهسازی نمود. او این اثرات ناهمگنی را به صورت وصله ای با چیدمان متقارن و نامتقارن روی دیواره ریزمجرا اعمال کرد، به طوری که مقدار زتاپتانسیل در هر وصله ثابت بود. چن و چو [۲۹] راندمان اختلاط جریان الكترواسمتيك يك سيال غير نيوتني قانون تواني را در يك ريزمجراي شامل موانع ذوزنقهای روی دیواره آن به صورت عددی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش ارتفاع و طول سطح بالایی بلوکهای زبری، راندمان اختلاط افزایش مییابد. همچنین با افزایش شاخص رفتار جریان سیال غیر نیوتنی، راندمان اختلاط نیز افزایش مىيابد. بعلاوه بنا بر نتايج آنها، الكوى ناهمكن زتا پتانسيل روى سطح بالايي بلوکهای ذوزنقهای، موجب ایجاد چرخش جریان می شود که به نوبه خود باعث بهبود اختلاط غيرفعال مي گردد كه با مقدار زتا پتانسيل رابطه مستقيم دارد. دلاكه نژاد و همکاران [۱۰, ۳۰]، اثر نیروی دیناموهیدرومغناطیسی را بر راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک در ناحیه لایه دوگانه الکتریکی به صورت عددی بررسی کردند. نتايج آنها نشان داد كه اعمال ميدان مغناطيسي موجب افزايش قابل توجه راندمان اختلاط مي شود.

یکی از روشهایی که میتوان از آن برای ایجاد اختلاط غیرفعال بهره برد، بکارگیری میدان مغناطیسی دائمی در یک ریزمجرا با جریان الکترواسموتیک میباشد. میدان الکتریکی خارجی که از ملزومات یک جریان الکترواسموتیک است در حضور میدان مغناطیسی اعمالی میتواند یک نیروی عمود بر جریان اصلی الکترواسموتیک ایجاد نماید که در نتیجه افزایش راندمان اختلاط را در پی دارد. مرور مطالعات گذشته نشان میدهد که برای ایجاد اختلاط غیرفعال در ریزمخلوط گرهای الکترواسموتیکی تاکنون از این روش استفاده نشده است.

در مقاله حاضر ضمن معرفی یک ریزمخلوط گر جدید مگنتو-الکترواسموتیکی، راندمان اختلاط غیرفعال آن مورد بررسی و شبیهسازی عددی واقع میشود. این در حالی است که سرتاسر طول ریزمجرا در این ریزمخلوط گر، دارای لایه دوگانه الکتریکی است و میدان مغناطیسی فقط بر بخش میانی آن اعمال گردیده است. بعلاو در این پژوهش، یک ریزمخلوط گر جدید دوبعدی با میدان مغناطیسی موضعی در ناحیه میانی، طراحی و تحلیل عددی شده است که در آن از ترکیب اثرات میدان مغناطیسی عرضی و جریان الکترواسموتیکی در دیوارهها برای بهبود راندمان اختلاط غیرفعال بهرهبرداری شده است. در مقایسه با ریزمخلوط گرهای معمول، این هندسه ساده اما هدفمند باعث تشکیل گردابههای متقارن و بهبود پدیدهی همزدن در ناحیه مرکزی کانال شده است. نکته کلیدی نوآوری این است که بدون نیاز به پیچیدگیهای هندسی (مانند موانع، مارپیچ یا شکافها)، تنها با بهره گیری از میدانهای فیزیکی ترکیبی و شرایط مرزی کنترل شده، اختلاط بهینهای حاصل شده است. این ایده، مسیر جدیدی برای طراحی ریزمخلوط گرهای کمهزینه، مؤثر و ساده فراهم می سازد.

۲ – تعريف مسأله

طح شماتیک یک جریان الکترواسموتیک دوبعدی بین دو صفحه موازی در موقعیت z = 0 و در حضور یک میدان مغناطیسی مطابق شکل (۱) نمایش داده شده است که به آن ریزمخلوط گر مگنتو-الکترواسموتیک¹ گفته میشود. در این ریزمخلوط گر، که به آن ریزمجرا دامله الکتریکی که برابر طول زیږمجرا فرض شده است و $L_{\rm a}$ طول زیږمجرا اعمال میدان مغناطیسی است که مشاهده میشود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm a}$ میشود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm b}$ میشود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm a}$ میشود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm a}$ میشود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm b}$ میانی ریزمجرا اعمال شده است. $L_{\rm a}$ و $L_{\rm b}$ مول هایی از ریزمجرا که تحت تاثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی میاشند. $L_{\rm a}$ و $P_{\rm a} - \varphi_2$ الکتریکی است. به صورت عددی، $0 = _2 \varphi$ تنظیم شده و $_1 \varphi$ به سادگی از $R_{\rm c}$ و رغلب منفی) و $R_{\rm c} = \varphi_{\rm a}$

1. Magneto-Electroosmotic Micromixer

چگالی سطحی شار میدان مغناطیسی در جهت عمود بر صفحه (برونسو) در طول L_M میباشد.

دستگاه مختصات دکارتی روی ابتدای صفحه پایینی در نظر گرفته شده است. با توجه به منفی بودن زتا پتانسیل ζ (لذا مثبت بودن بار خالص الکتریکی در ناحیه دوگانه الکتریکی) و جهت چپ به راست میدان الکتریکی Z، جهت جریان الکترواسموتیک در راستای مثبت x برقرار است. میدان مغناطیسی اعمال شده در کار حاضر توسط یک آهنربای عمود بر جهت میدان الکتریکی انتخاب شده است. قابل ذکر است که با توجه به جهت دو میدان الکتریکی Z و مغناطیسی Z، (طبق قانون دست راست) یک نیروی مغناطیسی قائم (در جهت y-) بر جریان اصلی الکترواسموتیک وارد میشود تا موضوع اختلاط در جریان حاضر را محقق سازد. لازم به ذکر است که با توجه به تعاریف مخلوط گرهای فعال و غیرفعال، با اعمال این میدان مغناطیسی دائمی، به طور معمول یک مخلوط گر غیرفعال حاصل می گردد چرا که در آن از هیچ انرژی خارجی استفاده نمی شود.



Fig. 1. Schematic of a Magneto-Electroosmotic Micromixer. شکل ۱. شماتیک یک ریزمخلوط گر مگنتو-الکترواسموتیکی.

۳ – معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این بخش، معادلات بی بعد حاکم بر جریان آرام، دائم و تراکمنا پذیر یک سیال نیوتنی در وضعیت دوبعدی بیان می گردد. در این معادلات از نیروی لورنتس الکترواسموتیکی به عنوان نیروی حجمی عامل اصلی تحریک و از نیروی لورنتس دیناموهیدرومغناطیسی به عنوان نیروی حجمی عمود بر جهت جریان اصلی به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال استفاده شده است [۱۲]. لازم به ذکر است که به منظور سهولت در ارائه نتایج، عمومیت بخشیدن به مسأله و تشخیص پارامترهای بی بعد حاکم بر جریان الکترواسموتیک و اثر میدان مغناطیسی، معادلات حاکم با تعریف پارامترهای بدون بعد مناسب به صورت زیر بی بعد و بیان می شوند.

$$\begin{split} \bar{x} &= \frac{x}{H}, \quad \bar{y} = \frac{y}{H}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_{\text{Ref}}}, \quad \bar{v} = \frac{v}{U_{\text{Ref}}}, \\ U_{\text{Ref}} &= \mu_{\text{EO}} E_{\text{Ref}}, \quad \mu_{\text{EO}} = -\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \zeta}{\mu}, \quad \mu_{\text{MHD}} = \frac{1}{B_0}, \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho U_{\text{Ref}}^2}, \quad \bar{\rho}_e = \frac{\rho_e}{zen_0}, \quad \bar{\psi} = \frac{\psi}{(k_{\text{B}}T/ze)}, \\ \bar{\phi} &= \frac{\varphi}{E_{\text{Ref}}H}, \quad \bar{n}^{\pm} = \frac{n^{\pm}}{n_0}, \quad \bar{B}_z = \frac{B_z}{B_0}, \\ \bar{C} &= \frac{C}{C_{\text{Ref}}}, \quad \bar{\zeta} = \frac{\zeta}{(k_{\text{B}}T/ze)} \end{split}$$
(1)

نتیجه شکل بی بعد سازی معادلات حاکم که متغیر بالانویس بار به منظور سادگی حذف شده است به صورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{(Y)}$$

$$\frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) -B\rho_e \left[\left(A \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - A \text{ G } vB_z \right] -\frac{\text{Ha}^2}{A \text{ G Re}} B_z \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} uB_z^2$$
(7)

$$\frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) -B\rho_e \left[\left(A \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + A G u B_z \right] + \frac{\text{Ha}^2}{A G \text{Re}} B_z \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} v B_z^2$$
(*)

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = 0 \tag{(a)}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = G\left[\frac{\partial}{\partial x}(vB_z) - \frac{\partial}{\partial y}(uB_z)\right] \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{\kappa^2}{2}\rho_e \tag{V}$$

$$\rho_{\rm e} = (n^+ - n^-) \tag{A}$$

$$\frac{\partial (un^{+})}{\partial x} + \frac{\partial (vn^{+})}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Sc}^{+}} \begin{cases} \frac{\partial^{2}n^{+}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}n^{+}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial}{\partial x} \left[n^{+} \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[n^{+} \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \end{cases}$$
(9)

$$\frac{\partial (un^{-})}{\partial x} + \frac{\partial (vn^{-})}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Sc}^{-}} \begin{cases} \frac{\partial^{2}n^{-}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}n^{-}}{\partial y^{2}} - \frac{\partial}{\partial x} \left[n^{-} \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left[n^{-} \left(A \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \end{cases}$$
(1.)

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Sc}}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \tag{11}$$

که در آن $U_{\rm Ref}$ سرعت مرجع (سرعت مشخصه جریان الکترواسموتیک یا $\mu_{\rm MHD}$ سرعت هلموهلتر-اسمولوکفسکی^۱, $\mu_{\rm EO}$ قابلیت حرکت الکترواسموتیک^۲ مرجع $C_{\rm Ref}$ قابلیت حرکت الکترواسموتیک^۲ مرجع $C_{\rm Ref}$ ، محمد نیاموهیدرومغناطیسی^۲, $E_{\rm Ref}$ قدرت میدان الکتریکی مرجع $n_0 = C_0$ مغلظت یک غلظت مرجع، $n_0 = C_0$ می مرجع شار مغناطیسی مرجع، $n_0 = C_0$ مع مرجع شار مغناطیسی مرجع (ionsm⁻³) عدد آورهای یونها در محلول الکترولیت به ازاء واحد حجم (molm⁻³) معد مولی یونها با واحد (ionsm⁻³) معد می باشد. نتیجه شکل پیعد سازی معادلات حاکم که منغیر بالانویس بار به منظور سادگی حذف شده است به صورت زیر میباشد. بعلاوه، u سرعت جریان در راستای x واحد (ims⁻¹) معراد منافر سادگی حذف شده است به صورت زیر میباشد. بعلاوه، u سرعت جریان در راستای u واحد (ims⁻¹) معراد (ims⁻¹) معراد منافر با واحد (ims⁻¹) معراد منافر با واحد (ims⁻¹) معراد منافر با واحد (ims⁻¹) معراد مراستای u می با واحد (ims⁻¹) معراد (ims⁻¹) معراد معاد راستای u می مرحم (ims⁻¹) معراد (ims⁻¹) محمد معران در راستای u واحد (ims⁻¹) می میان با واحد (ims⁻¹) محمد ای معاد (ims⁻¹) معراد (ims⁻

واحد (Volt, ψ پتانسیل الکتریکی خارجی بر حسب (Volt) ψ پتانسیل الکتریکی درون ای دی ال بر حسب (Volt) B_z (Volt) ب واحد (B_z (Volt) یا واحد (Volt) یا واحد (Volt) یا در حسب (Volt) یا واحد ($Voltsm^{-2}$) یا در حسب ($Voltsm^{-2}$) یا واحد ($Voltsm^{-1}$ یا $Voltsm^{-2}$) یا واحد ($Voltsm^{-3}$) یا دردهی خلأ با واحد (c_i در دهی خلأ با واحد (c_i در ($coulombm^{-3}$) در دان (c_i در v) با واحد ($Voltsm^{-1}m^{-1}$) و v در ($Voltsm^{-1}m^{-1}$) یا واحد ($Voltsm^{-1}m^{-1}$) در ($Voltsm^{-3}$) عدد والانس بار، e_i بار الکتریکی با واحد (v)، T دمای r (v) عدلول، C_i فلظت یونهای مثبت و منفی با واحد (v) مطلق، C_i فلظت گونهها، t_i^+ ضرایب پخش یونهای مثبت و منفی با واحد (m^2s^{-1}) یا m^2 .

بعلاوه K = KH پارامتر لایه دوگانه الکتریکی یا عدد ای دی ال نامیده می شود و بعلاوه $K = (2z^2e^2n_0/\varepsilon_r\varepsilon_0k_BT)^{1/2}$ ($R = \rho U_{\rm Ref}H/\mu$, هوکل و عکس ضخامت لایه دوگانه الکتریکی با واحد (m⁻¹) می باشد. بعلاوه، $R = \rho U_{\rm Ref}H/\mu$, معد در ینولدز³ (m⁻¹) می با فاحد (m⁻¹) می باشد. بعلاوه، عدد رینولدز³ (بیان کننده نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی)، عدد اشمیت یونها هارتمن، بیان کننده نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی)، عدد اشمیت یونها (بیان کننده نسبت پخش مومنتوم به پخش یونها) و عدد اشمیت گونهها (بیان کننده نسبت پخش مومنتوم به پخش گونهها) می باشد. علاوه براین، اعداد (بیان کننده نسبت پخش مومنتوم به پخش گونهها) می باشد. علاوه براین، اعداد (بیان کننده نسبت پخش مومنتوم به پخش گونهها) می باشد. علاوه براین، اعداد (ترتیب، بیان کننده نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه، بیان کننده نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی و بیان کننده نسبت قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دیناموهیدرومغناطیسی است.

۱-۳ - شرایط مرزی

شرایط مرزی پی بعد لازم برای حل دستگاه معادلات حاکم بر مسأله حاضر بدین صورت است که در ورودی ریزمجرا میدانهای فشار، غلظت گونهها، الکتریکی خارجی، سرعت عمودی (v) و غلظت یونها معلوم امّا میدانهای سرعت افقی (u)، مغناطیسی و الکتریکی داخلی به صورت شرط مرزی مشتقی⁷ میباشد. در خروجی ریزمجرا میدانهای فشار، الکتریکی خارجی معلوم ولی میدانهای سرعت، غلظت گونهها، غلظت یونها، مغناطیسی و الکتریکی داخلی به صورت مشتقی میباشد. در سرتاسر دیوارههای بالا و پایین ریزمجرا برای سرعت، شرط عدم لغزش بکار رفته ولی برای میدانهای فشار، الکتریکی خارجی و غلظت گونهها شرط مرزی مشتقی و برای میدانهای الکتریکی داخلی، مغناطیسی و غلظت یونها شرط مرزی معلوم بکار رفته میدانهای الکتریکی داخلی، مغناطیسی و غلظت یونها شرط مرزی معلوم بکار رفته

مرز ورودی ریزمجرا:

$$\begin{split} \varphi_1 &= \varphi_{in}; \; \partial \psi / \partial x = 0; \; n^{\pm} = 1; \; \partial u / \partial x = 0; \; v = 0; \\ \partial B_z / \partial x &= 0; \; p = 0; \; C = \begin{cases} 0 & 0 \le y \le 1/2 \\ 1 & 1/2 \le y \le 1 \end{cases} \end{split}$$
(17)

مرز خروجي ريزمجرا:

$$\begin{split} \varphi_2 &= 0; \; \partial \psi / \partial x = 0; \; \partial n^{\pm} / \partial x = 0; \; \partial u / \partial x = 0; \\ \partial v / \partial x &= 0; \; \partial B_z / \partial x = 0; \; p = 0; \; \partial C / \partial x = 0 \end{split} \tag{17}$$

دیوارههای بالا و پایین ریزمجرا:

$$\begin{aligned} &\partial \varphi / \partial y = 0; \ \psi = \psi(x); \ n^{\pm} = \exp(\mp \zeta); \ u = 0; \\ &v = 0; \ B_z(x, y, \pm 0.5) = 1 \ for \ x \in [L_M]; \\ &B_z(x, y, \pm 0.5) = 0 \ for \ x \notin [L_M]; \\ &\partial p / \partial y = 0; \ \partial C / \partial y = 0 \end{aligned}$$

^{1.} Helmholtz-Smoluchowski Velocity

^{2.} Electroosmotic Mobility

^{3.} Magnetohydrodynamic Mobility

^{4.} Reynolds Number

^{5.} Hartmann Number

^{6.} Schmidt Number

^{7.} Neumann Boundary Condition

۴ – روش حل عددی

در این مقاله، برای حل عددی معادلات حاکم بر مسأله با مشخصات هندسی و شرایط مرزی بیان شده در بخشهای قبلی، از روش حجم محدود استفاده شده است. ارتباط بین میدانهای سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل^۱ برقرار شده است. برای پرهیز از اثرات احتمالی شطرنجی در میدانهای فشار و سرعت از شبکه هم مکان با میان یایی رای- چو^۲ [۲۱]، برای مقادیر سرعت روی وجوه استفاده شده است. برای ارزیابی توام جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح بالا دست^۲ استفاده شده است. سیستم معادلات جبری با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری¹ به روش ضمنی جایگزینی جهات[°] حل شده و باقیماندهی نتایج تا دقت ¹¹01 گزارش گردیده است. در نهایت، کد با استفاده از زیان برنامهنویسی فرترن^۲ نوشته شده است.

۵ – نتایج عددی و بحث

در ارتباط با شکل (۱) که در آن هندسه جریان مورد نظر این مطالعه معرفی شده است، یک شبکه غیر یکنواخت مطابق با شکل (۲) ایجاد گردید. همانطور که مشاهده می شود، در مجاورت دیوارههای بالا و پایین و همچنین در ابتدا و انتهای طول ناحیه میدان مغناطیسی (L_M) شبکه به دلیل تغییرات شدید متغیرهای جریان، ریزتر شده است. شایان ذکر است که در شکل ارائه شده، به منظور وضوح بیشتر، از تعداد گرههای کمتری استفاده شده است.



Fig. 2. A Sample of a Non-Uniform Grid Generated by an Algebraic Method. شکل ۲. یک نمونه شبکه غیریکنواخت تولید شده به روش جبری.

۱-۵ - بررسی صحت همگرایی و درستی نتایج

با توجه به غیرخطی بودن معادلات جریان سیال، برای اثبات همگرایی، فرایند حل معادلات تا مرتبه خطای ماشین تکرار و سپس استقلال نتایج حاصله (خطای نسبی سرعت و توزیع پتانسیل داخلی) از تعداد و موقعیت گرهها بررسی شده است. مسأله مورد نظر در این بخش، با مشخصات، نسبت طول به عرض ریزمجرا R = 8 و زتاپتانسیل ضخامت لایه دو گانه الکتریکی 16.42 κ عدد رینولدز 0.03 = Re و زتاپتانسیل دیواره (۱) انحراف خطای نسبی به ازای تعداد گرههای مختلف بر حسب درصد محاسبه و گزارش شده است.

جدول ۱. نتایج حاصل از بررسی استقلال شبکه.

Table 1. Results of Grid Independence Study.						
Number of nodes	30×15	90×45	150×75	180×90	210×105	
Relative Error for Velocity	3.42%	0.82%	0.63%	0.35%	0.31%	
Relative Error for the EDL Potential	8.08%	4.56%	1.65%	0.96%	0.62%	

با توجه به جدول فوق و همانطور که انتظار میرود، با افزایش تعداد گرهها، دقت نتایج افزایش می ابد. البته باید درنظر داشت که افزایش دقت، افزایش تصاعدی زمان محاسبات را نیز به دنیال خواهد داشت. در این پژوهش، خطای نسبی از مرتبه 0.96 درصد به عنوان حداکثر خطای مجاز انتخاب شده است.

شکل (۳) نشان میدهد که نتایج در ابتدا نسبت به شبکه حساس هستند، در حالی که با پالایش بیشتر شبکه، پروفایل سرعت تغییر قابل توجهی نمی کند؛ از این رو، شبکهای با ابعاد 90 × 180 سلول در اینجا انتخاب شده است که نشاندهنده استقلال نتایج از شبکه انتخابی میاشد. همچنین مشاهده میشود که برای این شبکه، نتایج حاصل از حل عددی با دقت بالایی با حل تحلیلی مطابقت دارد [۱۲].



Fig. 3. Velocity Distribution Results for Ideal Electroosmotic Flow. شكل ٣. نتايج توزيع سرعت براى جريان ايدهآل الكترواسموتيك.

مشاهده می شود، استفاده از شبکهای با تعداد نقاط حدود 90 \times 180 می تواند یک حل قابل قبول و مستقل از نقاط شبکه را فراهم نماید. لازم به ذکر است که برای نواحی با گرادیانهای شدید، ضرایب انبساط در جهت x و y به ترتیب 1.03 و 1.04 در نظر گرفته شده است.

به منظور اعتبارسنجی نتایج، حل عددی این جریان ایدهآل با یک حل تحلیلی مقایسه شده است. دراین حالت جریان از نظر هیدرودینامیکی و یونی توسعه یافته است و سیال جاری یک محلول الکترولیت متقارن (مانند KCL) با غلظتهای مختلف است به طوری که ضخامت لایه دو گانه الکتریکی 16.42 = ۲ اختیار می شود. پارامترهای مورد نیاز ترموفیزیکی، الکتروشیمیایی و سایر ثابتها برای حلهای عددی و تحلیلی در دمای مرجع K 298 مطابق جدول (۲) انتخاب شدهاند [۳۰].

حل تحلیلی موجود برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت در مسأله مورد نظر به ترتیب توسط معادلات (۱۵) و (۱٦) در این بخش بیان شدهاند [۱۲].

$$\frac{\psi}{\zeta} = \frac{\cosh\left(\kappa \left(\frac{y}{H} - 1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \tag{10}$$

$$\frac{u}{U_{\text{Ref}}} = 1 - \frac{\cosh\left(\kappa \left(\frac{y}{H} - 1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \tag{17}$$

شکل (۴) و شکل (۵) مقایسه این نتایج را با حل عددی نشان میدهد. در شکل (۴) مشاهده می شود با توجه به ماهیت ناحیه ای دی ال، یک توزیع تخت از پتانسیل (۴) مشاهده در نواحی خط مرکزی ریزمجرا ایجاد شده است، به طوری که مقدار ψ

^{1.} SIMPLE

^{2.} Rhie-Chow 3.Upwind Scheme

^{4.}Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA)

^{5.} Alternative Direction Implicit (ADI)

^{6.} FORTRAN

از ζ روی دیواره شروع و در نواحی خط مرکزی ریزمجرا به صفر میرسد. لذا در این منطقه از ریزمجرا توزیع یونهای مثبت و منفی، خنثی خواهد بود. ماهیت اشاره شده در شکل (۴) باعث گردیده است که پروفیل سرعت در عرض ریزمجرا نیز رفتاری مشابه داشته باشد به طوری که در شکل (۵) مقدار سرعت از صفر روی دیواره به مقدار حداکثر $(T_{\rm Ref})$ در انتهای ضخامت ای دی ال میرسد و در نواحی خط مرکزی ریزمجرا به شکل تخت باقی می ماند. از این شکلها به وضوح پیداست که نتایج عددی و حر تولیج عددی و حر تولیج میرک



Fig. 4. Comparison of Numerical Results of Internal Electric Potential Distribution with the Analytical Solution (Equation (15)) for Ideal Electroosmotic Flow.

شکل ۴. مقایسه نتایج عددی توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی با حل تحلیلی (معادله (۱۵)) برای جریان ایدهآل الکترواسموتیک.



Fig. 5. Comparison of Numerical Results of Velocity Distribution with the Analytical Solution (Equation (16)) for Ideal Electroosmotic Flow. شكل ۵. مقايسه نتايج عددى توزيع سرعت با حل تحليلى (معادله (١۶)) براى جريان ايدهآل الكترواسموتيك.

جدول ۲. مقادیر خواص و ثابتهای مورد استفاده در پژوهش حاضر. .Table 2. Values of Properties and Constants Used in the Present Study.

Variable	Quantity	Value (Unit)	
D_s	Species Diffusion Coefficient	$1.0 \times 10^{-10} \text{ (ms}^{-2}\text{)}$	
D_i	The Ion Diffusion	$2.0 \times 10^{-9} (\mathrm{ms}^{-2})$	
L	Coefficients		
е	Electric Charge	1.602×10^{-19} (Coulomb)	
k _B	Boltzmann Constant	$1.381 \times 10^{-23} (JK^{-1})$	
NA	Avogadro Number	$6.022 \times 10^{+23} (\text{mol}^{-1})$	
Ζ	Charge Valence Number	1.0	
μ	Fluid Dynamic Viscosity	1.0×10^{-3} (Pas)	
ρ	Fluid Density	$1.0 \times 10^{+3} (\text{kgm}^{-3})$	
ε_0	Vacuum Permittivity	8.854	
		$\times 10^{-12}$ (CoulombVolt ⁻¹ m ⁻¹)	
ε_r	Relative Permittivity	80.0	

۲-۵- نتایج عددی

همان طور که در بخش دو بیان شد، مسأله اصلی مورد نظر در مقاله حاضر جریان در یک ریزمجرای تخت با چند بخش مختلف است که جزئیات آن در شکل (۱) نشان داده شده است. بخش L_{ζ} به طول L و عامل تولید جریان اصلی الکترواسموتیک است و در بخش L_{M} یک میدان مغناطیسی به منظور افزایش عملکرد اختلاط اعمال شده است. بعلاوه، بخشهای L_{1} و L_{2} فاقد میدان مغناطیسی (تحت تاثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی) می باشند.

نتایج عددی در این بخش برای جریان الکترواسموتیک با شرایط مرزی بیان شده توسط معادلات (۱۲) تا (۱۴) گزارش میشود. بعلاوه عدد رینولدز جریان Re = 0.03 مقدار زتا پتانسیل دیواره (Wolt) $\xi = 5 \ge 0.00$ -، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی 16.42 κ ، غلظت مولی محلول الکترولیت $\sigma_{\rm Fluid} = 15 \, (\Omega^{-1} {\rm m}^{-1})$ ، غذات مولی محلول الکترولیت $\sigma_{\rm Fluid} = 15 \, (\Omega^{-1} {\rm m}^{-1})$ ، غلظت مولی محلول الکترولیت $\sigma_{\rm Fluid} = 15 \, (\Omega^{-1} {\rm m}^{-1})$ ، غلظت مولی محلول الکترولیت $\sigma_{\rm Fluid} = 15 \, (\Omega^{-1} {\rm m}^{-1})$ انتخاب شده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر Re κ و κ معنوان داده ورودی شده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر Re κ و κ معنوان داده ورودی $\sigma_{\rm Fluid} = 16.42 \, \kappa$ و κ معنوان داده ورودی κ مقده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر Re κ و κ معنوان داده ورودی $\sigma_{\rm Fluid} = 16.42 \, \kappa$ و وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ و وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ و وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ و وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ و وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ ورد وردی $\sigma_{\rm Fluid} = 10.42 \, \kappa$ و κ و κ و ورد κ ورد و κ κ و κ κ κ κ و κ κ κ κ κ

در ادامه این بخش، ابتدا نتایج میدان جریان سیال (شامل خطوط جریان، بردارهای سرعت و توزیع فشار) و سپس میدان غلظت گونهها (C) و راندمان اختلاط (ε_m) بیان می شود.

۱-۲-۵ نتایج عددی

به منظور درک بهتر اثرات میدان مغناطیسی روی پدیده اختلاط در جریان الکترواسموتیک مطابق شکل (۱) رفتار یک جریان الکترواسموتیک در حضور میدانهای مغناطیسی مختلف بررسی می شود.

شکل (٦) خطوط جریان سیال را در ریزمجرا، برای دو مقدار B_0 نشان می دهد. مشاهده می شود با اعمال میدان مغناطیسی $5 = B_0$ ، دو گردابه در مجاورت دیواره بالا و پایین تشکیل می شود. گردابه ی کنار دیواره ی پایین ساعت گرد و گردابه کنار دیواره بالایی پادساعت گرد است. علت تشکیل گردابه را نیز می توان با توجه به عمود بودن امتداد نیروی دیناموهیدرومغناطیسی بر جهت جریان اصلی و اصل بقای جرم و مومنتوم توجیه نمود. یعنی هنگایی که در ناحیه L_M یک نیروی قائم رو به پایین بر سیال وارد می شود، ابتدا یک گرادیان فشار مثبت از بالا به پایین بر سیال اعمال می شود. با توجه به اینکه سیال در جهت x+ در حال تخلیه از ریزمجرا است، در نهایت یک مولفه سرعت قائم به سمت پایین پیدا می کند. از طرف دیگر اصل بقای کردد و در نتیجه سیال ابتدا به سمت چپ و سپس به سمت بالا تغییر مسیر داده و در نهایت یک گردابه ساعت گرد در کنار دیواره پایین تشکیل گردد. به همین ترتیب در نهایت یک گردابه می دارد که برای تامین جرم جریان در کنار دیواره پایین تشکیل گرد. به همین ترتیب اصل بقای جرم لازم می دارد که برای تامین جرم جریان در کنار دیواره یالای، می در الای و

جرم برگشتی در جهت $x - eرد ناحیه L_M$ گردد و لذا یک نقطه سکون در کنار دیواره بالایی تشکیل می شود. جرم برگشتی در کنار دیواره بالایی باعث ایجاد یک گردابه پادساعت گرد می شود و بدین ترتیب طرح جریان مورد نظر شکل می گیرد که به منظور ایجاد اختلاط در گونهها مورد بهره برداری قرار می گیرد.



Fig. 6. Streamlines and Velocity Vectors in the Presence and absence of Magnetic Fields. شکل ۶. خطوط جریان و بردارهای سرعت در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی.

شکل (۷) خطوط همتراز فشار را در حالت اعمال و عدم اعمال میدان معناطیسی نشان میدهد. در حالت عدم اعمال میدان مغناطیسی مشاهده می شود یک گرادیان فشار منفی از نواحی ورودی و خروجی به سمت مرکز ریزمجرا ایجاد شده است. بعلاوه حالت اعمال میدان مغناطیسی مشاهده می شود که یک گرادیان فشار مثبت از بالا به پایین در ناحیه $L_{\rm M}$ ایجاد شده است. دلیل این امر را می توان این طور توجیه نمود: اگر با حرکت سیالی که تحت تاثیر نیروی حجمی است مخالفت شود، همواره یک گرادیان فشار مثبت در جهت نیرو ایجاد می شود. حضور دیوارههای بالا و پایین از حرکت قائم سیال در جهت y - مخالفت کرده و لذا یک گرادیان فشار مثبتاز بالا به پایین ایجاد می گردد. بنابراین یک گرادیان فشار مثبت به دلیل نیروی قائمدیناموهیدرومغناطیسی مطابق شکل مورد نظر ایجاد شده است.



Fig. 7. Pressure Contours in the Presence of Two Different Magnetic Fields.

شکل ۷. خطوط همتراز فشار در حضور دو میدان مغناطیسی مختلف.

۲-۲-۵ معیار محاسبهی راندمان اختلاط گونهها

برای بررسی کمّی میزان اختلاط، از راندمان اختلاط (ε_m) برای ریزمخلوطگرها استفاده می شود.

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{\sigma_w}{\sigma_{w,\max}} \tag{1V}$$

که در آن σ_w مقدار انحراف معیار غلظتها در هر مقطع (معرف میزان ناهمگنی در آن مقطع) و $\sigma_{w,\max}$ یک مقدار مرجع است. در صورتی که اختلاط کامل مورد نظر باشد، $\sigma_{w,\max} = 0.5$ میاشد. پژوهشگران [۳٦-۳۳]، برای محاسبه انحراف معیار غلظتها در هر مقطع (σ_w) روابط مختلفی پیشنهاد کردهاند که در این پژوهش از رابطه زیر استفاده شده است.

$$\sigma_w^2 = \frac{\int_0^H u(y) [C(y) - C_m]^2 \, dy}{\int_0^H u(y) \, dy} \tag{1A}$$

که در آن $C_m = \int_0^H u(y) C(y) \, dy / \int_0^H u(y) \, dy$ مقدار غلظت متوسط $C_m = C_m = C_m + C_m + C_m$

شکل (۸) نتایج عددی خطوط همتراز بی بعد غلظت گونهها در طول ریزمجرا حاصل از حل معادله (۱۱) و شرایط مرزی میدان غلظت بخش مربوطه را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی نشان می دهد. مشاهده می شود در حضور 5 = B_0 است. این وضعیت مطابق انتظار اختلاط گونهها را افزایش می دهد چرا که طول مسیر عبور جریان در نهایت افزایش داشته است و لذا در خروجی نسبت به حالت 0 = B_0 غلظت گونهها دارای یکنواختی بیشتری شده است. به منظور وضوح بیشتر در شکل (۹) مقادیر عرضی غلظت گونهها از صفر و یک ورودی (در 0 = x) به تدریج است و مشاهده می شود غلطت گونهها از صفر و یک ورودی (در 0 = x) به تدریج در خروجی به مقدار 2.5 نیشتری شده است.



Fig. 10. Mixing Efficiency along the Microchannel in the Presence and Absence of a Magnetic Field. شکل ۱۰. راندمان اختلاط در طول ریزمجرا در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی.

شکل (۱۱) راندمان اختلاط را به ازای مقادیر مختلف زتا پتانسیل دیواره نشان میدهد. مشاهده می شود که با افزایش قدرمطلق زتا پتانسیل دیواره، راندمان اختلاط کاهش می ابد. علت این کاهش را می توان این طور توجیه نمود که وقتی قدرمطلق زتا پتانسیل دیواره افزایش می یابد، نیروی حجمی الکترواسموتیکی که عامل تولید جریان اصلی است، افزایش می یابد و بر نیروی دیناموهیدرومغناطیسی (عامل اختلاط گونهها) غلبه می کند. در نتیجه، این امر مانع تشکیل گردابه در ریزمجرا شده و راندمان اختلاط کاهش می یابد.



Fig. 11. Mixing Efficiency for Different Values of Wall Zeta Potential. شکل ۱۱. راندمان اختلاط برای مقادیر مختلف زتا پتانسیل دیواردها.

شکل (۱۲) راندمان اختلاط را به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی نشان میدهد. مشاهده میشود که با افزایش چگالی سطحی شار مغناطیسی راندمان اختلاط افزایش مییابد. علت این افزایش را میتوان این طور توجیه نمود که وقتی چگالی سطحی شار میدان مغناطیسی افزایش مییابد، نیروی حجمی دیناموهیدرومغناطیسی که عامل



Fig. 8. Species Concentration Contours.

شكل ٨. خطوط همتراز غلظت گونهها.



Fig. 9. Species Concentration Distribution at Different Cross-Sections of the Microchannel.

شكل ٩. توزيع غلظت گونهها در مقاطع مختلف ريزمجرا.

شکل (۱۰) نتایج راندمان اختلاط (ε_m) در طول ریزمجرا را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی نشان می دهد. مشاهده می شود که با عبور جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط حتی در عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش می ابد و نهایتاً به 35.73 درصد در خروجی می رسد که علت این افزایش، اثر مکانیزم پخش گونهها است. این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی 5 = B_0 راندمان اختلاط هنوز بیشتر شده و به 61.49 درصد می رسد. علت این امر، پیدایش دو گردابه مورد بحث به دلیل حضور میدان مغناطیسی و قائم دیناموهیدرومغناطیسی ناشی از آن است که نهایتا اختلاط را افزایش داده است.

اختلاط گونهها است، افزایش مییابد و بر نیروی الکترواسموتیکی که عامل تولید جریان اصلی غلبه میکند. در نتیجهی این امر، گردابههای تولید شده در ریزمجرا، بزرگتر شده و راندمان اختلاط افزایش مییابد.



Fig. 12. Mixing Efficiency for Different Magnetic Flux Densities. شکل ۱۲. راندمان اختلاط برای مقادیر مختلف چگالی سطحی شار مغناطیسی.

۶ – نتیجهگیری

در مقاله حاضر ضمن معر في يک ريزمخلوط گر جديد مگنتو-الکترواسموتيکي، راندمان اختلاط غیرفعال آن مورد بررسی و شبیه سازی عددی قرار گرفته است. بطور اخص اثرات میدان مغناطیسی و زتاپتانسیل دیوارهها بر طرح جریان و راندمان نهایی ارزیایی گردیده است. برای این منظور، توزیع عددی میدانهای مغناطیسی، فشار، سرعت، يتانسيل الكتريكي خارجي، يتانسيل الكتريكي درون لايهى دوگانه الكتريكي، توزيع غلظت یون های مثبت و منفی، توزیع غلظت گونه ها و راندمان اختلاط با حل معادلات مربوطه بهدست آمده و برخی گزارش شده است. مطالعه حاضر نشان داد که زتاپتانسیل به عنوان یک پارامتر کلیدی در ریزمقیاس، می تواند نقش مهمی در کنترل الگوى جريان ايفا كند. با افزايش زتاپتانسيل، نيروى الكترواسموتيك افزايش يافته و جریان در کانال تسهیل می شود. از سوی دیگر، میدان مغناطیسی از طریق نیروی لورنتس منجر به افت سرعت و در نتیجه تضعیف حرکت سیال می شود. بررسی همزمان این دو اثر نشان میدهد که امکان تنظیم رفتار سیال در ریزمجراها از طریق اعمال دقيق شرايط الكتربكي و مغناطيسي وجود دارد. در نهايت، اين تحليل هیدرودینامیکی میتواند مبنای توسعه طراحی در سامانههای ریزالکترومکانیکی و حسگرهای زیستی باشد که در آنها کنترل دقیق بر جریان سیال ضروری است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک ریزمجرا با رینولدز $\mathrm{Re}=0.03$ ، پارامتر لایه $B_0 = \kappa = 16.42$ دوگانه الکتريکي $\kappa = 16.42$ و چگالي سطحي شار مغناطيسي (NA⁻¹m⁻¹) 5، راندمان اختلاط با افزایش زتا پتانسیل کاهش می یابد، به طوری که این کاهش راندمان اختلاط از مقدار 98 درصد برای $\zeta = -\zeta = \zeta$ به مقدار 45 درصد براى (mVolt) $\zeta = -100$ (mVolt) براى

۷ – فهرست علائم

- A یک عدد بی بعد، بیان کننده ی نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه
 - B یک عدد بی بعد، بیان کنندهی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی
 - $(NA^{-1}m^{-1}, or Tesla)$ چگالی سطحی شار مغناطیسی B_z
 - B₀ چگالی سطحی شار مغناطیسی مرجع
 - (molm^{-3}) غلظت مولى يونها (C_0
 - $(m^2 s^{-1})$ ضریب پخش یونهای مثبت و منفی D_i^{\pm}
 - ن ضريب پخش گونه ($m^2 s^{-1}$) ضريب پخش D_s

- (Voltm⁻¹) قدرت میدان الکتریکی مرجع (E_{Ref} و بار الکتریکی (Coulomb) بار الکتریکی (e
- یک پارامتر بی بعد جدید، بیان کنندهی نسبت قابلیت حرکت G
- الكترواسموتيكي به قابليت حركت ديناموهيدرومغناطيسي
 - ارتفاع ریزمجرا (m)
 - Ha عدد هارتمن

Η

- (m^{-1}) پارامتر دیبای-هوکل K
 - (JK^{-1}) ضريب بولتزمن $k_{\rm B}$
 - (m) طول ریزمجرا (m)
 - (m) طول زتا پتانسیل L_{ζ}
- (m) طول میدان مغناطیسی L_{M}
 - (m) طول ناحیه ورودی L_1
- (m) طول ناحیه خروجی L_2
- (number of ionsmol⁻¹) عدد آووگادرو N_A
 - (ionsm⁻³) فلظت تودهای یونها (n_0
- (ionsm⁻³) غلظت یونهای مثبت و منفی n^{\pm} p فشار p
 - Re عدد رينولدز جريان
 - Sc[±] عدد اشمیت یونها
 - Sc عدد اشمیت گونهها
 - T دمای مطلق (K)
 - (ms^{-1}) سرعت مرجع U_{Ref}
 - (ms^{-1}) مؤلفه افقی سرعت سیال u
 - (Volts) ولتاژ اعمال شده خارجی $V_{\rm App}$
 - $({
 m ms}^{-1})$ مؤلفه عمودی سرعت سیال v
 - x مولفه مختصات افقی
 - y مولفه مختصات عمودی

حروف يوناني

- ε_0 ضریب گذردهی خلا (CoulombVolt⁻¹m⁻¹) ضریب گذردهی خلا (ε_n
 - (Volts) زتا پتانسیل ζ
 - κ پارامتر ضخامت لايه دوگانه الكتريكى
 - (Nsm^{-2}) ويسكوزيته ديناميكي سيال μ
- (Coulombm $\mathrm{N}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$) قابلیت حرکت الکترواسموتیکی μ_{EO}
- (CoulombmN⁻¹s⁻¹) قابلیت حرکت دیناموهیدرومغناطیسی $\mu_{\rm MHD}$
 - ho چگالی حجمی سیال (hogm⁻³) چگال
 - (Coulombm⁻³) چگالی حجمی خالص بار الکتریکی ρ_e
 - هدایت الکتریکی سیال ($\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1})$ هدایت الکتریکی سیال $\sigma_{ ext{Fluid}}$ میدان پتانسیل الکتریکی خارجی (Volt)
 - (Volt) پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی φ_1
 - (Volt) پتانسیل الکتریکی خارجی در خروجی φ_2
 - ψُ پُتانسيل الكتريكي درون لايه دوگانه الكتريكي (Volt)

زيرنويسها

EO الکترواسموتیک Fluid سیال MHD دیناموهیدرومغناطیس Ref مقدار مرجع

۸ - مراجع

- [1] C. Bisson, J. Campbell, R. Cheadle, M. Chomiak, J. Lee, C. Miller, et al., "A microanalytical device for the assessment of coagulation parameters in whole blood", in Proc. Solid-State Sens. Actuator Workshop, 1998, pp. 1-6.
- [2] S. R. Khetani and S. N. Bhatia, "Microscale culture of human liver cells for drug development", Nature biotechnology, Vol. 26, pp. 120-126, 2008.
- [3] R. J. Meagher, A. V. Hatch, R. F. Renzi, and A. K. Singh, "An integrated microfluidic platform for sensitive and rapid detection of biological toxins", Lab on a Chip, Vol. 8, pp. 2046-2053, 2008.

- [20] R. Balaji, J. Prakash, D. Tripathi, and O. A. Bég, "Computation of magnetohydrodynamic electro-osmotic modulated rotating squeezing flow with zeta potential effects", Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, Vol. 640, p. 128430, 2022.
- [21] W. J. Luo, K. F. Yarn, and S. P. Hsu, "Analysis of electrokinetic mixing using AC electric field and patchwise surface heterogeneities", Japanese journal of applied physics, Vol. 46, p. 1608, 2007.
- [22] S. Xiong and C. Xueye, "Numerical study of a three-dimensional electroosmotic micromixer with Koch fractal curve structure", Journal of Chemical Technology & Biotechnology, Vol. 96, 2021.
- [23] B. Mondal, M. Sumit Kumar, P. Sukumar, and P. Promod Kumar, "Numerical analysis of electroosmotic mixing in a heterogeneous charged micromixer with obstacles", Chemical Engineering and Processing-Process Intensification, Vol. 168, 2021.
- [24] R. Kalantar Feeoj, S. M. Alavi Eshkaftaki, I. Kazemi Asfeh, and M. Jahangiri, "Finite-Element Simulation of Electroosmotic Mixing: A Study of the Simultaneous Effects of Working Parameters for Optimization", International Journal of Chemical Engineering, Vol. 1, 2022.
- [25] C. Zhong, W. Yalin, and Z. Song, "Numerical Analysis of Mixing Performance in an Electroosmotic Micromixer with Cosine Channel Walls", Micromachines, Vol. 13, 2022.
- [26] E. E. Herrera-Valencia, M. L. Sánchez-Villavicencio, C. Soriano-Correa, O. Bautista, L. A. Ramírez-Torres, V. J. Hernández-Abad, et al., "Study of the electroosmotic flow of a structured fluid with a new generalized rheological model", Rheologica Acta, Vol. 63, pp. 3-32, 2024/01/01 2024.
- [27] M. Jain and K. Nandakumar, "Optimal patterning of heterogeneous surface charge for improved electrokinetic micromixing", Computers & Chemical Engineering, Vol. 49, pp. 18-24, 2013.
- [28] A. Nayak, "Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 75, pp. 135-144, 2014.
- [29] C. C. C. Cha'o-Kuang Chen, "Numerical investigation into mixing performance of electrokinetically-driven power-law fluids in microchannel with patterned trapezoid Blocks", World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering, Vol. 7, pp. 1406-1411, 2013.
- [30] M. Dallakehnejad, H. Hassanzadeh Afrouzi, S. M. Seyyedi, F. Salehi, and A. A. Mehrizi, "Effects of electric and magnetic fields in magnetic mixing in electroosmotic flows", Physics of Fluids, Vol. 36, 2024.
- [31] C. Rhie and W. L. Chow, "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", AIAA journal, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- [32] M. Engler, N. Kockmann, T. Kiefer, and P. Woias, "Numerical and experimental investigations on liquid mixing in static micromixers", Chemical Engineering Journal, Vol. 101, pp. 315-322, 2004.
- [33] J. M. Chen, T. L. Horng, and W. Y. Tan, "Analysis and measurements of mixing in pressure-driven microchannel flow", Microfluidics and Nanofluidics, Vol. 2, pp. 455-469, 2006.
- [34] J. Ou, G. R. Moss, and J. P. Rothstein, "Enhanced mixing in laminar flows using ultrahydrophobic surfaces", Physical Review E, Vol. 76, p. 016304, 2007.

- [4] L. H. Lu, K. S. Ryu, and C. Liu, "A magnetic microstirrer and array for microfluidic mixing", Journal of microelectromechanical systems, Vol. 11, pp. 462-469, 2002.
- [5] H. Suzuki and C. M. Ho, "A magnetic force driven chaotic micro-mixer", in Technical Digest. MEMS 2002 IEEE International Conference. Fifteenth IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No. 02CH37266), 2002, pp. 40-43.
- [6] Y. Ma, C. P. Sun, M. Fields, Y. Li, D. A. Haake, B. M. Churchill, et al., "An unsteady microfluidic T-form mixer perturbed by hydrodynamic pressure", Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 18, p. 045015, 2008.
- [7] G. G. Yaralioglu, I. O. Wygant, T. C. Marentis, and B. T. Khuri-Yakub, "Ultrasonic mixing in microfluidic channels using integrated transducers", Analytical chemistry, Vol. 76, pp. 3694-3698, 2004.
- [8] J. H. Tsai and L. Lin, "Active microfluidic mixer and gas bubble filter driven by thermal bubble micropump", Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 97, pp. 665-671, 2002.
- [9] A. D. Stroock, S. K. Dertinger, G. M. Whitesides, and A. Ajdari, "Patterning flows using grooved surfaces", Analytical chemistry, Vol. 74, pp. 5306-5312, 2002.
- [10] D. S. Kim, S. W. Lee, T. H. Kwon, and S. S. Lee, "A barrier embedded chaotic micromixer", Journal of micromechanics and microengineering, Vol. 14, p. 798, 2004.
- [11] N. Aoki and K. Mae, "Effects of channel geometry on mixing performance of micromixers using collision of fluid segments", Chemical Engineering Journal, Vol. 118, pp. 189-197, 2006.
- [12] S. Mirbozorgi, H. Niazmand, and M. Renksizbulut, "Electroosmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", Journal of Fluids Engineering, Vol. 128, pp. 1133-1143, 2006.
- [13] M. Dallakenejad, S. M. Seyyedi, H. H. Afrouzi, F. Salehi, and A. A. Mehrizi, "Toward tuning flow charecteristics in microchannel by nanotechnology and electrokinetic: Numerical simulation of heterogenous electroosmotic flow", Alexandria Engineering Journal, Vol. 83, pp. 66-84, 2023.
- [14] S. Rashidi, H. Bafekr, M. S. Valipour, and J. A. Esfahani, "A review on the application, simulation, and experiment of the electrokinetic mixers", Chemical Engineering and Processing-Process Intensification, Vol. 126, pp. 108-122, 2018.
- [15] M. Dallakehnejad, S. A. Mirbozorgi, and H. Niazmand, "A numerical investigation of magnetic mixing in electroosmotic flows", Journal of Electrostatics, Vol. 100, p. 103354, 2019.
- [16] A. Usefian and M. Bayareh, "Numerical and experimental study on mixing performance of a novel electro-osmotic micro-mixer", Meccanica, Vol. 54, pp. 1149-1162, 2019.
- [17] S. Ganguly, S. Sarkar, T. K. Hota, and M. Mishra, "Thermally developing combined electroosmotic and pressure-driven flow of nanofluids in a microchannel under the effect of magnetic field", Chemical Engineering Science, Vol. 126, pp. 10-21, 2015.
- [18] S. Sarkar, S. Ganguly, M. Mishra, and T. Hota, "Thermally developing combined electroosmotic and pressure-driven flow of nanofluids in a microchannel under the effect of magnetic field", 2016.
- [19] C. Vargas, J. Arcos, O. Bautista, and F. Mendez, "Hydrodynamic dispersion in a combined magnetohydrodynamic-electroosmotic-driven flow through a microchannel with slowly varying wall zeta potentials", Physics of Fluids, Vol. 29, 2017.

- [35] H. Bockelmann, V. Heuveline, and D. P. Barz, "Optimization of an electrokinetic mixer for microfluidic applications", Biomicrofluidics, Vol. 6, p. 024123, 2012.
- [36] J. Jamaati, H. Niazmand, and M. Renksizbulut, "Investigation of electrokinetic mixing in 3D nonhomogenous microchannels", Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME), Vol. 3, pp. 41-52, 2013.