

بررسی ویژگی‌های آماری برخی توابع غیرخطی در توصیف منحنی تخمگذاری

مهدی ناقوس^{۱*}، سید محمد حسینی^۲، حسین نعیمی پور یونسی^۳، کریم حسن پور^۴ و داوود خداپرست^۱

۱- به ترتیب دانشجوی و استادیار گروه علوم دامی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند

۳- مربی دانشگاه بیرجند

۴- دانشجوی دکتری گروه علوم دامی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

هدف از این بررسی انتخاب بهترین مدل پیش‌بینی کننده برای توصیف دقیق میانگین تولید تخم مرغ روزانه در مرغان تخمگذار در دوره تولید بود. برای این منظور از رکوردهای روزانه ۸۱۵۶۵ قطعه پرنده تخمگذار تجاری در یک دوره تولید تخم مرغ (۷۹-۱۳۷۸) استفاده شد. در این مطالعه، توابع گامای تصحیح شده، جزء به جزء، جزء به جزء تصحیح شده، الجبراتیک، لجستیک غیرخطی، ناروشین و تاكما ۲ و لخورست با استفاده از نرم افزار آماری SAS و رویه غیر خطی برازش شدند. برای تعیین بهترین منحنی از معیارهای ضریب تبیین تصحیح شده (R^2_{adj})، میانگین مربعات خطا (MSE)، آماره آکایک (AIC) و دوربین-واتسون (DW) استفاده شد. نتایج این بررسی نشان داد، تابع لجستیک غیرخطی با داشتن بالاترین ضریب تبیین تصحیح شده، کمترین میانگین مربعات خطا و آماره آکایک، در برازش منحنی تولید تخم مرغ نسبت به مدل‌های دیگر مناسب‌تر بود. با این حال با بررسی کلی نکویی برازش توابع مختلف با آماره‌های گوناگون به این نتیجه می‌رسیم که بیشتر توابع در برازش منحنی متوسط تولید تخم مرغ دارای صحت کافی می‌باشند. در این صورت توابعی که از نظر ریاضی ساده‌تر باشند احتمالاً در نزد محقق یا مدیر واحد تولیدی از مطلوبیت بیشتری برخوردار خواهند بود.

کلمات کلیدی: تولید تخم مرغ، مدل‌های ریاضی، منحنی تولید تخم مرغ

مقدمه

تخم مرغ یکی از منابع اصلی تأمین پروتئین در غذای بیشتر مردم جهان است. این محصول در مقایسه با سایر محصولات دامی که به مصرف غذایی انسان می‌رسند مزایای فراوانی دارد که از جمله می‌توان به پایین بودن هزینه تولید، نگهداری آسان، قابلیت هضم بالا و ارزش غذایی بالای آن اشاره کرد. علاوه بر قابلیت هضم بالا، پروتئین آن از نظر ترکیب شیمیایی یکی از مهم‌ترین و متعادل‌ترین پروتئین‌ها بوده، حاوی انواع اسیدهای آمینه برای تغذیه انسان است (صفری علیقیارلو و همکاران، ۱۳۹۰). منحنی تولید تخم مرغ توصیف نموداری رابطه بین تعداد تخم مرغ و زمان تخمگذاری دوره است. این منحنی نشان دهنده کارایی بیولوژیکی یک مرغ و وسیله‌ای برای انتخاب و مدیریت تغذیه در مرغان تخمگذار می‌باشد (فیرفول و گاوو، ۱۹۹۰).

شکل منحنی متوسط تولید تخم مرغ گله به تولیدکنندگان نشان می‌دهد که آیا نیازی به تغییر برنامه تغذیه وجود دارد یا ندارد. این امر که چه زمانی اوج تولید رخ می‌دهد، به تولیدکنندگان کمک می‌کند تا برای مدیریت تغذیه برنامه‌ریزی کنند و به این وسیله اوج تولید گله را تا جایی که ممکن است، ثابت و پایدار نگه دارند. از منحنی انفرادی تخم مرغ می‌توان برای پیش‌بینی تولید آینده با استفاده از رکوردهای ناقص نیز استفاده کرد. از مقایسه منحنی‌های پیش‌بینی کننده با تولید واقعی می‌توان انحراف عملکرد گله را از استانداردهای تولید مشخص نمود. همچنین توصیف ژنتیکی منحنی تولید تخم مرغ می‌تواند در تعیین راهبردهای انتخاب به منظور تغییر شکل منحنی مفید باشد (گاورا و همکاران، ۱۹۸۲).

در حال حاضر مدل‌های ریاضی به طور گسترده برای توصیف منحنی رشد، پیش‌بینی پدیده‌های بیولوژیکی، توصیف دقیق منحنی‌های تولید و پیش‌بینی کل تولید براساس رکوردهای ناقص استفاده می‌شود (احمدی و متقی طلب، ۲۰۰۷). مدل‌های زیادی برای توصیف منحنی تخم مرغ استفاده شده است (بیندیا و همکاران، ۲۰۱۰، صفری علیقیارلو و همکاران، ۱۳۹۰؛ ولس و همکاران، ۲۰۰۴). تنوع زیاد در معادلات منحنی تولید تخم مرغ در مطالعات مختلف به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب برای تجزیه و تحلیل و توصیف بهتر تولید تخم مرغ می‌باشد (کوکپ و گروسمن، ۱۹۹۲). بیندیا و همکاران (۲۰۱۰) در بررسی دو نسل از یک لاین گوشتی مادری با مدل‌های لجستیک، چند جمله‌ای، گویا و درجه دو نشان دادند که توابع گویا و چند جمله‌ای مدل‌های

مناسبی برای برازش منحنی تولید تخم مرغ می‌باشند. در مطالعه دیگر تابع سیگموئیدی با ضریب تبیین تصحیح شده ۰/۹۹۶ در مقایسه با توابع گامای ناقص، گامای ناقص تصحیح شده و تابع جزء به جزء برازش مناسب‌تری یافت (فیالها و لیدور، ۱۹۹۷). گاورا و همکاران (۱۹۸۲) در بررسی و مقایسه مدل‌های گامای ناقص، تابعیت خطی و مدل جزء به جزء گزارش کردند که مدل جزء به جزء مدل مناسبی برای برازش منحنی تولید تخم مرغ می‌باشد. ناگ و ایندیرجانی (۲۰۰۰) در بررسی مدل‌های مختلف تولید تخم مرغ، مدل لجستیک غیر خطی را مدل مناسبی برای برازش معرفی کردند. ناروشین و تاکما (۲۰۰۳) سه مدل با قابلیت انعطاف پذیری بالا برای توصیف منحنی رشد و تولید تخم مرغ ارائه کردند. این مدل‌ها که با NT1، NT2 و NT3 مشخص شدند به ترتیب ۵، ۶ و ۷ پارامتر دارند و در مقایسه با مدل الجبرائیک، جزء به جزء تصحیح شده و لجستیک غیر خطی دارای دقت بیشتری می‌باشند و مدل‌های مناسبی برای برازش منحنی می‌باشند. ولس و همکاران (۲۰۰۴) تابع جزء به جزء را که دارای ضریب تبیین تصحیح شده بالاتری (۰/۹۶) بود، برای برازش منحنی تولید تخم مرغ پیشنهاد کردند.

با توجه به اهمیت تولید تخم مرغ، هدف از این بررسی انتخاب بهترین مدل پیش‌بینی کننده برای توصیف دقیق تولید تخم مرغ روزانه در مرغان تخمگذار در دوره تولید بود.

مواد و روش‌ها

در این بررسی از رکوردهای یک دوره تولید ۸۱۵۶۵ قطعه پرند که به صورت روزانه در یک مزرعه مرغ تخمگذار تجاری (سویه‌ی های- لاین) در شهرستان بیرجند، در سال ۷۹-۱۳۷۸ جمع آوری شده بود، استفاده شد (جدول ۱).

جدول ۱- برخی آماره‌های تولید تخم مرغ

شروع	اوج	پایان	
۲۴	۳۴	۸۴	زمن تولید (هفته)
۱/۰۵	۶/۶۰	۲/۸۲	میانگین تولید (تعداد)
۸/۵۵	۸۶/۵۶	۵۱/۵۵	میانگین تولید (درصد)

برای برازش منحنی تولید تخم مرغ از مدل‌های زیر با استفاده از نرم افزار SAS و رویه غیر خطی استفاده شد. تابع گامای تصحیح شده: (مک نالی، ۱۹۷۱)

$$y_t = at^b e^{-ct+dt^{1/2}}$$

در این تابع y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t ، a ، b ، c ، d و e ضریب ثابت می‌باشد.

از روش تکرار گواس و نیوتن برای همگرایی استفاده شد و معیار همگرایی 10^{-8} در نظر گرفته شد. برای مقایسه توابع با یکدیگر آماره‌های زیر استفاده شد.

۱. ضریب تبیین چندگانه تصحیح شده (R^2_{Adj}) :

$$R^2_{Adj} = 1 - \frac{(n-1)}{(n-p)} * (1 - R^2)$$

که در آن R^2 ضریب تبیین چندگانه، n تعداد مشاهدات و p تعداد پارامتر موجود در مدل می‌باشند. در این آماره R^2 به تعداد متفاوت پارامترها در مدل‌ها تصحیح انجام می‌دهد بنابراین مقایسه مدل‌های با تعداد متفاوت پارامترها با این آماره روش مناسبی است.

۲. آماره دوربین واتسون (DW): (سنگ و گوراز، ۲۰۰۵)

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

که در آن e_t و e_{t-1} به ترتیب مقدار باقیمانده در زمان t و زمان $t-1$ می‌باشند. رویه Autoreg نرم افزار SAS آماره دوربین واتسون را برآورد می‌کند. این آماره خودهمبستگی مثبت و خودهمبستگی منفی بین باقیمانده‌های مدل‌های برازش شده را برآورد می‌کند. در $DW=2$ اگر مقدار آماره مذکور از ۲ کوچکتر باشد نشان دهنده خود همبستگی مثبت و مقدار بزرگتر از ۲ نشان دهنده عدم وجود خودهمبستگی مثبت می‌باشد. خودهمبستگی مثبت به معنی عدم پراکنش تصادفی داده‌ها در اطراف صفر می‌باشد و اینکه باقیمانده‌ها مستقل از یکدیگر نبوده و با یکدیگر دارای همبستگی می‌باشند. خودهمبستگی منفی به معنی نوسانات شدید باقیمانده‌ها حول صفر می‌باشد (SAS، ۲۰۰۰).

۳. آماره آکایک (AIC): (لئونارد و سو، ۲۰۰۱)

$$AIC = n \log \left(\frac{SSres}{n} \right) + 2p$$

که در آن $SSres$ مجموع مربعات باقیمانده، n تعداد مشاهدات و p تعداد پارامترهای مدل می‌باشد. این آماره برای تعیین خطای مدل‌های برازش شده براساس تعداد پارامترهای هریک از آنها استفاده می‌شود مقادیر کمتر این آماره نشان دهنده صحت بالاتر مدل می‌باشد.

در این تابع y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t و a ، b ، c به ترتیب فراسنجه‌های مرتبط با میزان تولید اولیه، شیب مرحله افزایشی، شیب مرحله کاهش و d پارامتر دوره اضافه‌ای است که توسط مک نالی (۱۹۷۱) به مدل اضافه شد، می‌باشد.

تابع جزء به جزء: (مک میلان و همکاران، ۱۹۸۶؛ گاورا و همکاران، ۱۹۷۱)

$$y_t = a(1 - e^{-b(t-d)})e^{-ct}$$

در تابع جزء به جزء، y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t و a ، b ، c ، d به ترتیب فراسنجه‌های مرتبط با حداکثر تولید تخم هفتگی، شیب مرحله افزایشی، شیب مرحله کاهش و روز نخست تخمگذاری می‌باشد.

تابع جزء به جزء تصحیح شده: (مک میلان، ۱۹۸۱)

$$y_t = a(e^{-ct} - e^{-bt})$$

در این تابع y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t و a ، b ، c به ترتیب فراسنجه‌های مرتبط با حداکثر تولید توان تولید تخم مرغ، شیب مرحله افزایشی و شیب مرحله کاهش می‌باشد.

تابع الجبرائیک: (آدامز و بل، ۱۹۸۰)

$$y_t = (1/0.01 + ar^{(t-b)}) - c(t-d)$$

در این تابع y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t ، a ، b ، c و d ضریب ثابت مدل می‌باشد.

تابع لجستیک غیرخطی: (یانگ، ۱۹۸۹)

$$y_t = a(1/e^{-bt}) / (1 + e^{-c(t-d)})$$

در تابع لجستیک غیرخطی، y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t ، a ، پارامتر مقیاس، b نرخ کاهش تولید تخم مرغ، c شاخص مرتبط با تنوع بلوغ جنسی و d میانگین سن پرنده در زمان بلوغ جنسی می‌باشد.

تابع ناروشین تاکما ۲: (ناروشین و تاکما، ۲۰۰۳)

$$y_t = (at^3 + bt^2 + ct + d) / (t^2 + ft + g)$$

این تابع در ابتدا توسط ناروشین و تاکما (۲۰۰۳) برای بررسی منحنی تخمگذاری مرغان تخمگذار برازش شد که در آن y_t ، تولید تخم مرغ در زمان t و a ، b ، c ، d ، f ، g ضریب ثابت می‌باشد.

تابع لخورست: (لخورست، ۱۹۹۶)

$$y_t = (100/1 + ab^{(t)}) - (c + dt + et^2)$$

۴. میانگین مربعات خطا (MSE):

با استفاده از تجزیه باقیمانده‌ها می‌توان اعتبار مدل را مورد سنجش قرار داد. میانگین مربعات خطا از تقسیم مجموع مربعات خطا بر درجه آزادی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$MSE = \frac{SS_{res}}{n - p}$$

که در آن SS_{res} مجموع مربعات باقیمانده، n تعداد مشاهدات و p تعداد پارامترهای مدل می‌باشد.

نتایج و بحث

در این بررسی برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ از ۷ مدل غیر خطی استفاده شد. شکل ۱ نشان دهنده منحنی‌های برازش شده را نشان می‌دهد همچنین معیارهای نکویی برازش و فراسنجه‌های برآورد شده هر یک از مدل‌های برازش شده در جدول ۲ نشان داده شده است.

ضریب تبیین تصحیح شده برای توابع الجبرائیک، لجستیک غیرخطی، ناروشین و تاکما ۲ و لخورست بیشترین (۰/۹۷)، برای تابع گامای تصحیح شده ۰/۹۱ و توابع جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده کمترین مقدار (۰/۹۰) بود. تابع لجستیک غیر خطی دارای میانگین مربعات خطای کمتری نسبت به توابع دیگر بود و پس از آن توابع لخورست، ناروشین و تاکما ۲ و الجبرائیک قرار داشتند. توابع جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده از نظر این معیار در رتبه ۵ و ۶ قرار داشتند و تابع گامای تصحیح شده دارای بالاترین مقدار (۰/۱۴۷) و در رتبه آخر قرار داشت. نتایج حاصل از آماره آکایک مشابه با نتایج حاصل از میانگین مربعات خطا بود، به گونه‌ای که تابع لجستیک غیر خطی کمترین مقدار (۴۰/۹۱۵) و تابع گامای تصحیح شده بیشترین مقدار (۶۰/۹۶۳) را دارد. آماره دوربین-واتسون خودهمبستگی باقی‌مانده‌ها را کنترل می‌کند. اگر پراکنش باقی‌مانده‌ها در طول دوره تخم گذاری از روند مشخصی پیروی کند، نشان‌دهنده خودهمبستگی مثبت باقی‌مانده‌ها است. بنابراین توابعی که معیار دوربین-واتسون آنها در حدود عدد ۲ باشد، باقی‌مانده‌های خودهمبسته مثبت ندارند و هر چقدر عدد دوربین-واتسون به صفر نزدیک‌تر شود، نشان‌دهنده خودهمبستگی مثبت شدید باقی‌مانده‌ها می‌باشد. عدم وجود خودهمبستگی برای توابع، نشان‌دهنده قدرت بالای آنها در پیشگویی می‌باشد. به گونه‌ای که پارامترهای اخذ شده از یک آزمایش ممکن است با صحت بالا در برآورد مقادیر جدید در مطالعات دیگر مورد استفاده قرار گیرند. سنگ و گوراز

(۲۰۰۵) خود همبستگی مثبت را در برازش مدل‌های مختلف در بوقلمون‌های تخمگذار مشاهده کردند. نتیجه مشابهی توسط وارگاس و همکاران (۲۰۰۰) نیز گزارش شده است. در این بررسی تمامی مدل‌ها دارای خود همبستگی شدید مثبت می‌باشند. محققین زیادی برای مقایسه مدل‌ها از معیار ضریب تبیین تصحیح شده استفاده کرده‌اند (صفری علیقارلو و همکاران، ۱۳۹۰؛ نیکخواه و همکاران، ۱۳۸۸؛ مهربان و همکاران، ۱۳۸۸). احتشام اقرایی و همکاران (۱۳۹۰) در مقایسه منحنی‌های الجبرائیک، جزء به جزء و لجستیک غیر خطی و با استفاده از ضریب تبیین تصحیح شده، بیان داشتند مدل لجستیک غیرخطی به دلیل ضریب تبیین بالاتر، مدل مناسبی برای برازش در مرغان بومی می‌باشد. پاکدل و همکاران (۱۳۸۹) نشان دادند مدل‌هایی که ضریب تبیین بالاتری دارند، دارای میانگین مربعات خطای کمتری نیز می‌باشند. در این بررسی نیز این روند مشاهده شد و مدل لجستیک غیرخطی که دارای ضریب تبیین بالایی بود میانگین مربعات خطای کمتری نیز داشت. با این حال اسپایس و نیومیر (۲۰۱۰) نشان دادند که ضریب تبیین معیار مناسبی برای بیان اعتبار مدل‌های غیرخطی نمی‌باشد و معیارهایی نظیر آکایک مناسب‌تر می‌باشد. در این بررسی نتایج آماره آکایک تغییری در رتبه‌بندی مدل‌ها ایجاد نکرد و مدل لجستیک غیرخطی هنوز در رتبه اول قرار دارد. اگرچه شکل منحنی تولید تخم مرغ در پرندگان مشابه است با این حال توابع مختلفی برازش شده که به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب برای تجزیه و تحلیل و توصیف بهتر منحنی تولید تخم مرغ می‌باشد و باعث شده محققین توابع مختلفی را پیشنهاد دهند. میلنز و مولر (۱۹۹۱) در بررسی چهار مدل خطی، نمایی، الجبرائیک و جزء به جزء گزارش کردند که تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین این مدل‌ها وجود ندارد (نانگ و ایندریجانی، ۲۰۰۰). ولس و همکاران (۲۰۰۴) تابع جزء به جزء را مدل مناسبی معرفی کردند. در مطالعه دیگر توابع جزء به جزء، جزء به جزء تصحیح شده و گامای ناقص برای تولید تخم مرغ یک لاین تخمگذار برازش شدند و گزارش شد که دو تابع جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده، منحنی تولید تخم مرغ را بهتر از تابع گامای ناقص توصیف می‌کنند (کیو و همکاران، ۱۹۹۶).

صفری علیقارلو و همکاران (۱۳۹۰) در بررسی منحنی تولید تخم مرغ در یک لاین تخمگذار و مقایسه توابع لجستیک غیرخطی، گامای ناقص، گامای تصحیح شده، جزء به جزء و جزء به جزء تصحیح شده، مدل جزء به جزء را مدل

جدول ۲- نکویی برازش مدل‌های مورد استفاده برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ

تابع	گامای تصحیح شده	جزء به جزء تصحیح شده	جزء به جزء	الجبرائیک	لجستیک غیرخطی	ناروشین و تاکما ۲	لخورست
ضریب تبیین تصحیح شده	۰/۹۱۸	۰/۹۰۱	۰/۹۰۲	۰/۹۷۲	۰/۹۷۹	۰/۹۷۰	۰/۹۷۵
میانگین مربعات خطا	۰/۱۴۷	۰/۱۳۷	۰/۱۳۷	۰/۱۰۸	۰/۰۲۳	۰/۱۰۱	۰/۰۷۹
آماره آکایک	۶۰/۹۶۳	۵۶/۴۴۱	۵۶/۴۷۹	۴۱/۶۷۳	۴۰/۹۱۵	۴۱/۱۷۸	۴۱/۴۴۴
آماره دورین-واتسون ^۱	۰/۳۳۲	۰/۳۵۴	۰/۳۴۳	۰/۴۵۵	۰/۲۱۸	۰/۳۰۷	۰/۲۷۱
a	۳/۳۹۸	۸/۲۱۹	۸/۲۶۴	۰/۰۸۶	۷/۷۵۳	-۰/۰۷۰	۲۸/۲۰۰
b	۱/۱۲۲	۰/۰۱۳	۰/۲۳۰	۰/۷۵۵	۰/۰۱۲	۷/۹۹۹	-۰/۰۰۰
c	-۰/۰۰۸	۰/۲۲۵	۰/۰۱۳	۰/۰۰۰	۰/۵۴۲	-۲۳/۳۴۱	۹۴/۲۲۴
d	-۰/۶۷۵۲	۰/۱۱۲	-	۰/۹۲۴	۳/۳۴۴	۲۷/۱۵۶	-۰/۰۳۹
e	-	-	-	-	-	-	-۰/۰۰۱
f	-	-	-	-	-	-۲/۶۰۱	-
g	-	-	-	-	-	۷/۰۹۷	-

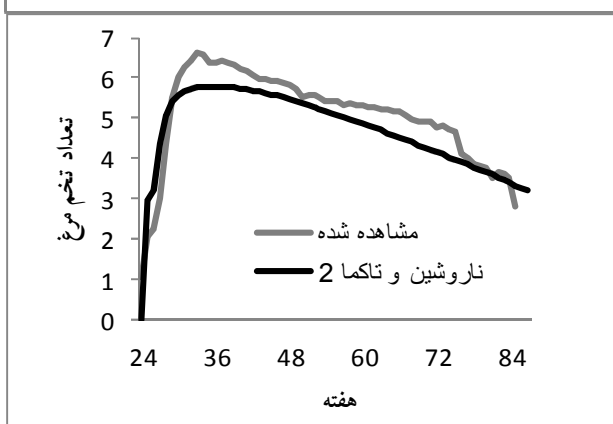
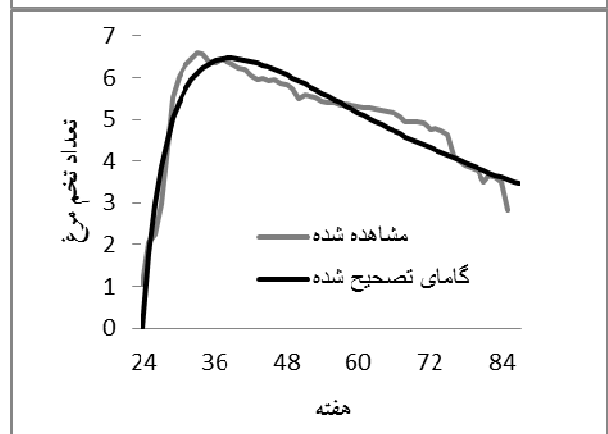
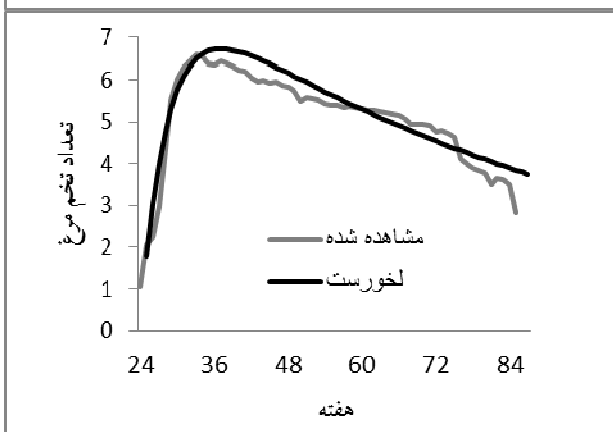
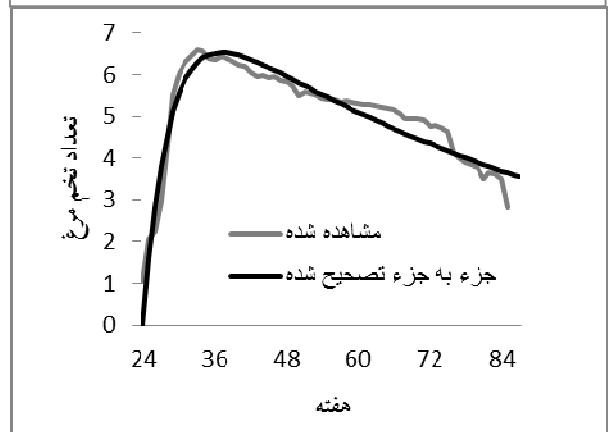
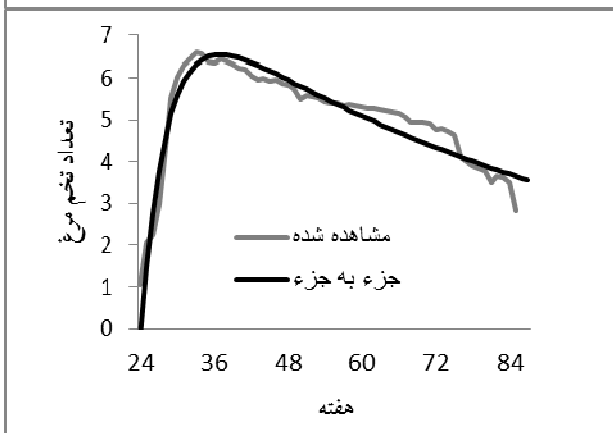
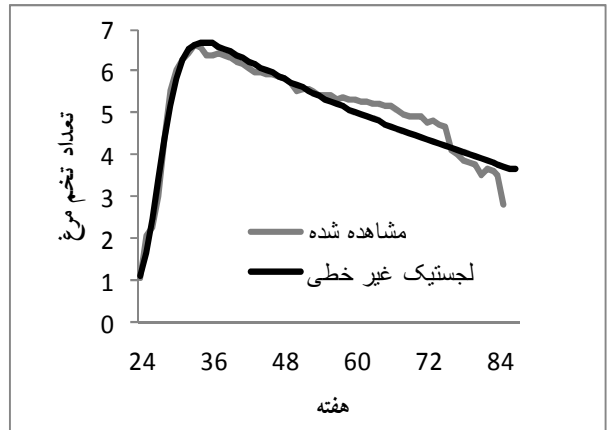
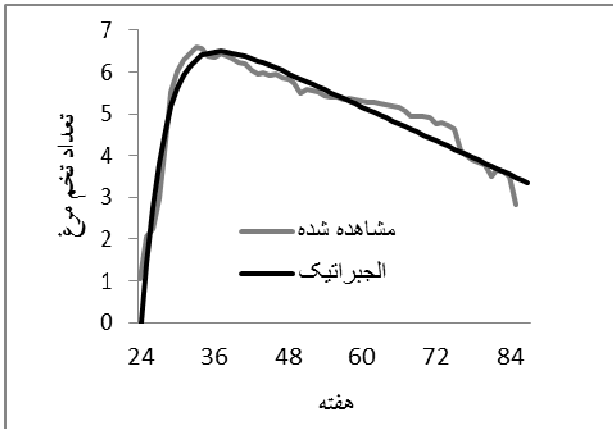
تصمیمات مدیریتی و پیش‌بینی کل تولید تخم مرغ مفید می‌باشد (نانگ و ایندیرجانی، ۲۰۰۰). این مدل‌ها اجازه مقایسه منحنی‌های مختلف، پیش‌بینی کل تولید با استفاده از رکوردهای ناقص، فراهمی جزئیات بیشتری از سیکل تولید تخم مرغ را می‌دهند (فیالها و لیدور، ۱۹۹۷).

نتیجه‌گیری کلی

نتایج این مطالعه نشان داد که طیف وسیعی از توابع می‌توانند در برازش منحنی متوسط تولید تخم مرغ مورد استفاده قرار گیرند با این حال هنوز توابع ساده‌تر مطلوبیت بیشتری دارند. در هر صورت می‌توان توابع مورد استفاده را به دو گروه مطلوب و نامطلوب گروه بندی کرد که توابع ناروشین و تاکما ۲، الجبرائیک، لخورست و لجستیک غیرخطی (مطلوبترین)، جزو توابع قابل پیشنهاد برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ در مطالعات یا کاربردهای آتی می‌باشند.

مناسبتی معرفی کردند که به دلیل داشتن ضریب تبیین تصحیح شده بالاتر و میانگین مربعات خطای کمتر و آماره آکایک پایین‌تر بود. با این حال در بررسی حاضر مدل جزء به جزء در ردیف مدل‌های نامناسب بود. شیوپراساد و ساینق (۲۰۰۹) نشان دادند، مدل‌های گاما و لجستیک دارای کمترین میانگین مربعات خطا (۱/۶۴) و بالاترین ضریب تبیین تصحیح شده (۰/۹۰) می‌باشند لذا مدل‌های مناسبتری برای برازش منحنی تولید تخم مرغ می‌باشند. فریدی و همکاران (۲۰۱۱) توابع ناروشین و تاکما را برای برازش منحنی تولید تخم مرغ مناسب تشخیص دادند. در حالی که برخی از محققین مدل لجستیک غیرخطی را مدل مناسبی برای برازش منحنی تولید تخم مرغ معرفی کردند (احتشام اقرایی و همکاران، ۱۳۹۰؛ ناروشین و تاکما، ۲۰۰۳؛ بریتون و کاسون، ۱۹۸۸). نتایج مشابهی در این مطالعه نیز مشاهده شد.

منحنی تولید تخم مرغ معمولاً بین نژادها و سویه‌ها مشابه است. تولید تخم مرغ از روز اول تخمگذاری تا رسیدن به پیک تولید افزایش و سپس به تدریج کاهش می‌یابد. استفاده از مدل‌های ریاضی برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ برای



شکل ۱- مقایسه منحنی‌های تولید تخم مرغ مشاهده شده و برازش شده با توابع الجبرائیک، لجستیک غیر خطی، جزء به جزء، جزء به جزء تصحیح شده، لخورست، گامای تصحیح شده و ناروشین و تاکما ۲.

منابع

- احتشام اقرایی. ش.، حسن پور مشهدی، م.، و بهاری کاشانی، ر.، ۱۳۹۰. کاربرد چهار مدل غیرخطی در تولید تخم مرغ در مرغ های بومی استان خراسان رضوی، دوازدهمین کنگره ژنتیک ایران.
- پاکدل، ع.، حیدری تبار، م.، و نجاتی جوارمی، ا.، ۱۳۸۹. برازش مدل‌های غیرخطی برای توصیف امتیاز سلول‌های بدنی شیر دوره‌های مختلف شیردهی گاوهای هلشتاین ایران. مجله علوم دامی ایران. ۴۱. شماره ۳.
- صفری علیقیارلو، ع.، واعظ ترشیزی، ر.، و پاکدل، ع.، ۱۳۹۰. برازش مدل‌های ریاضی برای توصیف منحنی تولید تخم مرغ یک لاین تجاری گوشتی مادری. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه تربیت مدرس.
- مهربان، ح.، فرهنگ فر، ه.، رحمانی نیا، ج.، و سلطانی، ح.، ۱۳۸۸. مقایسه برخی توابع توصیف کننده شکل منحنی شیردهی در گاو نژاد هلشتاین. پژوهش‌های علوم دامی ایران. جلد ۱. شماره ۲.
- نیکخواه، م.، متقی طلب، م.، و زواره، م.، ۱۳۸۸. مقایسه مدل‌های رشد هاپربولستیک با مدل‌های رشد کلاسیک در توصیف منحنی رشد جوجه‌های نر گوشتی سویه راس. مجله علوم دامی ایران. ۴۰. شماره ۴.
- Adams, C. J., and D. D. Bell. 1980. Predicting poultry egg production. *Journal of Poultry Science*. 59:937-938.
- Ahmadi, H., and M. Mottaghitalab. 2007. Hyperbolic models as a new powerful tool to describe broiler growth kinetics. *Journal of Poultry Science*. 86: 2461-2465.
- Anang, A., and H. Indrijani. 2000. Mathematical models to describe egg production in laying hens.
- Bindya, L. A., H. N. N. Murthy, M. R. Jayashankar, and M. G. Govindaiah. 2010. Mathematical models for egg production in an indian colored broiler dam line. *Inter. Journal of Poultry Science*. 9: 916-919.
- Cason, J. A., and W. M. Britton. 1988. Comparison of compartmental and adams-bell models of poultry egg production. *Journal of Poultry Science*. 67: 213-218.
- Fairfull, R. W., and R. S. Gowe. 1990. Genetics of egg production in chickens. *Developments in Anim and Veter Sci*.
- Faridi, A., M. Mottaghitalab, F. Rezaee, and J. France. 2011. Narushin-takma models as flexible alternatives for describing economic traits in broiler breeder flocks. *Journal of Poultry Science*. 90: 507-515.
- Fialho, F. B., and M. C. Ledur. 1997. Segmented polynomial model for estimation of egg production curves in laying hens. *British Poultry Science*. 38: 66-73.
- Gavora, J. S., L. E. Liljedahl, I. McMillan, and K. Ahlen. 1982. Comparison of three mathematical models of egg production. *British Poultry Science*. 23: 339-348.
- Gavora, J. S., Parker, R.J. & McMillan, I. 1971. Mathematical model of egg production. *Journal of Poultry Science*. 50: 1306-1315.
- Grossman, M., and W. J. Koops. 2001. A model for individual egg production in chickens. *Journal of Poultry Science*. 80: 859-867.
- Koops, W. J., and M. Grossman. 1992. Characterization of poultry egg production using a multiphasic approach. *Journal of Poultry Science*. 71: 399-405.
- Leonard, T. & J. S. J. Hsh. 2001. *Bayesian Methods: an analysis for statisticians and interdisciplinary*. Cambridge University Press, Cambridge, PP 333.
- Lokhorst, C. 1996. Mathematical curves for the description of input and output variables of the daily production process in aviary housing systems for laying hens. *Journal of Poultry Science*. 75:838-848.
- McMillan, I. (1981) Compartmental model analysis of poultry egg production curves. *Journal of Poultry Science*. 60: 1549-1551.
- McMillan, I., Gowe, R.S., Gavora, J.S. and Fairfull, R.W. 1986. Prediction of annual production from part record egg production in chickens by three mathematical models. *Journal of Poultry Science*. 65: 817-822.
- Narushin, V. G., and C. Takma. 2003. Sigmoid model for the evaluation of growth and production curves in laying hens. *Biosystems Eng*. 84:343-348.
- McNally, D.H. 1971. Mathematical model for poultry egg production. *Biometrics*. 27: 735-738.
- SAS. Institute. 2000. *SAS/STAT Guide for Personal Computers*. 8th ed. SAS Inst. Inc., Cary, NC.
- Seng, T. L., Kuraz, S. 2005. Non-Linear Models for Growth Curves in Large White Turkeys. *Turkish Journal of Veterinary and Animal Science*. 29: 331-37.
- Shiv Prasad and D.P. Singh. 2009. Nonlinear Models For Poultry Egg Production. *Indian. Journal of Animal Research*. 43 (2) : 84-88.
- Spiess, A. N., and N. Neumeyer. 2010. An evaluation of R^2 as an inadequate measure for Nonlinear models in pharmacological and biochemical research: A monte carlo approach. *BMC Pharmacology*. 10: 6-10.
- Vargas, B., W. J. Koops, M. Herrero and J.A. M. Van Arenconk. 2000. Modelling extended Lactations of dairy cows. *Journal of Dairy Science*. 83: 1371- 1380.
- Wolc, A. T., Wardowska, M., and Szwaczkowski, T., 2004. Predicting ability of the Mathematical models describing egg production curves, PP 143, Book of Abstracts, 22nd world's poultry congress, Istanbul, Turkey.
- Yang, N., C. Wu, and I. McMillan. 1989. New mathematical model of poultry production. *Journal of Poultry Science*. 86:476-481.