



An energy balance approach to predict the critical Weber number of droplet breakup under combined turbulent and aerodynamic stresses

Amir Omidvar

Department of mechanical and Aerospace Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.
P.O.B. 313-71555, Shiraz, Iran, omidvar@sutech.ac.ir

Article info

Article history:

Received: 24 Oct 2020

Revised: 28 Nov 2020

Accepted: 28 Nov 2020

Available online: 28 Nov 2020

Keywords:

Droplet breakup

Turbulence

Aerodynamic stress

Critical Weber number

<https://doi.org/10.22077/AEC.2020.3838.1000>

AEC.2020.3838.1000

Abstract

In this paper, a new approach based on energy balance is presented to predict the critical Weber number in a droplet breakup under the combined effects of turbulence and aerodynamic stresses. The energy balance approach, as it has good structural coordination with the conventional Taylor analog breakup model, can provide a suitable platform for modifying and upgrading the mentioned model. In this study, the range of length scale of the effective turbulent eddies on droplet breakup was calculated analytically. The results showed that the average length scale of the turbulent eddies participating in the droplet breakup is inversely proportional to the third root of its drag coefficient. It was also found that at Reynolds numbers above 1000, turbulent eddies with length scale of about 2.7 times the droplet diameter have the greatest effect on the breakup. At Reynolds numbers less than 1000, the size of the effective eddies is a function of the Reynolds number and decreases sharply as the Reynolds number decreases. Comparing the performance of the proposed model with the hybrid time scale model which previously presented for calculating the critical Weber number under combined turbulent and aerodynamic stresses showed that both models have approximately the same results at turbulence intensities greater than 30%. At medium and low turbulence intensities (5 to 30%) the proposed model predicted the value of critical Weber number up to 15% more than that of the hybrid time scale model. The results of both models are very consistent with the reported experimental data.

ارایه یک رویکرد مبتنی بر موازنه انرژی برای پیش بینی عدد وبر بحرانی در شکست قطره تحت تأثیر همزمان تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی

امیر امیدوار

دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز
omidvar@sutech.ac.ir، شیراز، ایران ۳۱۳-۷۱۵۵۵

چکیده

در این مقاله رویکرد جدیدی مبتنی بر بالانس انرژی برای پیش‌بینی مقدار عدد وبر بحرانی در شکست قطره تحت تأثیر تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی ارایه شده است. رویکرد بالانس انرژی از آنجا که هماهنگی ساختاری خوبی با مدل شکست مرسوم آنالوژی تیلور دارد می‌تواند بستر مناسبی برای اصلاح و ارتقاء مدل مذکور فراهم نماید. در این پژوهش محدوده مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست قطره به صورت تحلیلی محاسبه شد. نتایج نشان داد که میانگین مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی شرکت کننده در شکست قطره با ریشه سوم ضریب پسای هیدرودینامیکی آن نسبت عکس دارد. همچنین مشخص شد که در اعداد رینولدز بالاتر از 1000، گردابه‌هایی که مقیاس طولی آنها حدود 2.7 برابر قطر قطره است بیشترین تأثیر را در شکست قطره دارند. در اعداد رینولدز کوچکتر از 1000، مقیاس طولی گردابه‌های مؤثر تابع رینولدز قطره بوده و با کاهش مقدار رینولدز به شدت کاهش می‌یابد. مقایسه عملکرد مدل پیشنهادی با مدل مبتنی بر مقیاس زمانی هیبریدی که پیش‌تر برای محاسبه عدد وبر بحرانی در شرایط توربولانسی ارایه شده بود نشان داد که هر دو مدل در شدت توربولانس بیشتر از 30 درصد تقریباً نتایج مشابهی دارند. در شدت توربولانس متوسط و پایین (5 تا 30 درصد) مدل پیشنهادی مقدار عدد وبر بحرانی را حداکثر تا 15% بیشتر پیش‌بینی می‌کند. اما نتایج هر دو مدل با داده‌های تجربی گزارش شده تطابق بسیار خوبی دارند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۹۹/۰۸/۰۳

بازنگری: ۹۹/۰۹/۰۸

پذیرش: ۹۹/۰۹/۰۸

نشر برخط: ۹۹/۰۹/۰۸

کلمات کلیدی:

شکست قطره

توربولانس

تنش ایرودینامیکی

عدد وبر بحرانی

تحلیل تنش‌های سطحی قطره مقدار کشش سطحی آن با توجه به اثرات توربولانسی فاز گازی اصلاح می‌شود. در واقع ایده اصلی مدل مذکور بر این اساس استوار است که در شرایطی که قطره در یک محیط گازی آشفته قرار می‌گیرد تنش‌های توربولانسی اعمال شده به قطره باعث تضعیف پتانسیل کشسانی تنش‌های بازگرداننده ناشی از کشش سطحی می‌شود. در این شرایط کافی است در مدل‌های مرسوم شکست قطره مقدار کشش سطحی قطره با توجه به شرایط آشفته‌گی فاز گازی اصلاح شوند. در تحقیق مذکور ادعا شده که استفاده از مدل جدید مبتنی بر ایده اصلاح کشش سطحی قطره می‌تواند رفتار اسپری را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی نماید. امیدوار همچنین نشان داد که مدل پیشنهادی توسط آلی و همکاران مقدار عدد ویر بحرانی را بسیار کوچکتر از مقادیر واقعی پیش‌بینی می‌کند [۱۲]. نتایج ارائه شده در مرجع [۱۲] حاکی از آن است که مدل جدید مبتنی بر مفهوم کشش سطحی اصلاح شده می‌تواند عدد ویر بحرانی و شرایط آستانه‌ای شکست قطره را با دقت بسیار مطلوبی محاسبه و شبیه سازی نماید. در سال 2020، خالقی و همکاران مدل شکست تلفیقی توربولانسی-ایرودینامیکی مبتنی بر ایده مقیاس زمانی هیبریدی (معرفی شده در مرجع [۱۰]) را در یک کد محاسباتی سه بعدی اعمال و عملکرد آن را بررسی کردند [۱۳]. آنها نشان دادند که اگرچه استفاده از مدل مذکور دقت محاسبات را در پیش‌بینی رفتار اسپری افزایش می‌دهد اما با بالا رفتن فشار در محفظه‌ای که اسپری در آن تزریق می‌شود نقش تنش‌های توربولانسی در شکست قطرات تا حدودی کاهش می‌یابد.

در مقاله حاضر برای اولین بار موضوع تلفیق اثرات تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی در شکست قطرات اسپری بر اساس بالانس انرژی مورد مطالعه قرار گرفته است. عملکرد مدل جدید با مدل مبتنی بر کشش سطحی اصلاح شده مقایسه شده و مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست قطره محاسبه شده است. در نهایت نتایج مدل پیشنهادی با مدل شکست مبتنی بر مقیاس زمانی هیبرید مقایسه شده است.

ارایه رویکرد مبتنی بر بالانس انرژی به دلیل هماهنگی ساختاری با مدل شکست آنالوژی تیلور می‌تواند بستر مناسبی برای توسعه مدل مذکور که یکی از مدل‌های کاربردی و مهم موجود در اکثر نرم افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی است ارائه نماید. از سوی دیگر با کمک رویکرد مبتنی بر بالانس انرژی می‌توان اطلاعات مناسبی در مورد مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست قطرات اسپری ارائه نماید.

۲ - مدل‌سازی

مدل ریاضی پیشنهادی در این مقاله بر مبنای تحلیل بالانس انرژی قطره پیش و بعد از فرآیند شکست قطره استوار است. دیدگاه بالانس انرژی در شکست قطره برای اولین بار در مدل شکست آنالوژی تیلور (TAB) مطرح شد [۱۴]. مدل TAB یکی از معروفترین و پرکاربردترین مدل‌های ارائه شده برای شبیه سازی فرآیند شکست قطره است که در اغلب کدهای معروف محاسباتی و نرم افزارهای تجاری محاسبات عددی از آن استفاده شده است. در مدل شکست آنالوژی تیلور، رفتار قطره‌ای که در یک میدان جریان و تحت نیروهای ایرودینامیکی قرار دارد با رفتار دینامیکی یک سیستم جرم و فتر و میراکننده مشابه در نظر گرفته می‌شود. به طوریکه، نیروهای ایرودینامیکی ناشی از سرعت نسبی قطره با محیط اطراف آن مشابه نیروی خارجی وارد بر سیستم جرم و فتر و میراکننده در نظر گرفته می‌شود. رفتار کشش سطحی در قطره مشابه فنر و اثرات لزجت همانند میراکننده فرض می‌شوند. در شکل (۱) نمایی کلی از ایده حاکم بر مدل شکست آنالوژی تیلور نشان داده شده است.

در مدل شکست آنالوژی تیلور، برای محاسبه متوسط قطر پایدار قطره بعد از رخداد شکست از ایده بالانس انرژی استفاده می‌شود. به طوری که [۱۴]:

$$E_{surf,old} + E_{osc,old} = E_{surf,new} + E_{kin,new} \quad (1)$$

که $E_{surf,old}$ انرژی سطحی قطره قبل از رخداد شکست است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$E_{surf,old} = \pi D^2 \sigma \quad (2)$$

جریان اسپری کاربردهای چشم‌گیری در صنایع مهم از جمله موتورهای احتراقی، کوره-ها، صنایع دارویی، پاشش رنگ و نظایر آن دارد. اتمیزاسیون و شکست قطرات یکی از مهمترین فرآیندهای ساختاری در شکل‌گیری اسپری است. تاکنون مطالعات زیادی در مورد مدل‌سازی شکست قطرات اسپری انجام شده و مدل‌های ریاضی متنوعی نیز ارائه شده است. مدل شکست آنالوژی تیلور (TAB)، مدل موجی، مدل رایلی-تیلور، مدل ریتز، مدل پیچ-اردمن و مدل هسیانگ و فانت از جمله مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مدل‌های شکست قطره محسوب می‌شوند که در اغلب کدهای محاسباتی و نرم افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی به چشم می‌خورند [۱،۲].

تقریباً در همه مدل‌های مرسوم شکست قطرات اسپری فرض شده که قطرات تحت تأثیر تنش‌های ایرودینامیکی ناشی از سرعت نسبی بین قطره و محیط گازی اطراف دچار تغییر شکل و شکست می‌شوند. اخیراً مطالعات نسبتاً گسترده‌ای در مورد شکست قطرات دارای بار الکتریکی انجام شده است. تحقیقات نشان داده است که باردار کردن قطرات می‌تواند باعث افزایش نرخ شکست قطرات و بهبود راندمان تبخیری اسپری گردد. در مدل‌سازی تأثیر بار الکتریکی قطرات بر شکست آنها معمولاً از روش اصلاح کشش سطحی قطرات استفاده می‌شود [۳].

تنش‌های توربولانسی موجود در فاز گازی اطراف قطره نیز یکی دیگر از عوامل مؤثر در شکست قطره است. پژوهش‌های تجربی انجام شده توسط پرویش و سانتاویکا در سال 1998 نشان داد که توربولانس فاز گازی می‌تواند باعث تشدید تنش‌های اعمال شده به سطح قطره شده و عدد ویر بحرانی شکست قطره را تا حد قابل توجهی کاهش دهد [۴].

موضوع شکست توربولانسی قطرات یک موضوع جذاب و دارای پیشینه طولانی است. اولین مدل شکست توربولانسی توسط کولموگروف مطرح شد و پس از آن تحقیقات بسیار متنوعی در این زمینه ارائه گردید [۵]. لیائو و لوکاس در یک مقاله مروری بررسی کاملی بر کلیه مدل‌های شکست توربولانسی ارائه کردند [۵]. اندرسون و اندرسون مدل جدیدی بر مبنای تنش و انرژی توربولانس برای شکست توربولانسی قطره ارائه کردند [۶]. رزاقی و شهرکی مدل دیگری بر مبنای اصلاح شکست توربولانسی قطرات ارائه نمودند [۷]. لمانند و همکاران نیز مدل شکست توربولانسی قطرات را با توجه به طیف انرژی توربولانسی و شرایط توربولانس غیرهمسانگرد ارتقاء دادند [۸]. اگرچه مدل‌های زیادی در مورد شکست توربولانسی قطرات وجود دارد اما همه مدل‌های مذکور برای حالتی توسعه داده شده‌اند که اثرات سرعتی نسبی بین قطره و محیط اطراف ناچیز باشد. در جریان اسپری که سرعت نسبی بین فاز گازی و قطره چشمگیر است استفاده از مدل‌های شکست توربولانسی به تنهایی امکان‌پذیر نیست.

آلی و همکاران [۹] در سال 2010 برای اولین بار تلاش کردند که تأثیر تنش‌های توربولانسی را در کنار تنش‌های ایرودینامیکی در شکست قطرات اسپری در نظر بگیرند. در مدل پیشنهادی توسط آلی و همکاران اثرات تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی به طور همزمان اعمال نشده است بلکه بر اساس تئوری کلو از بین این دو عامل آنکه تأثیر بیشتری دارد به عنوان عامل غالب در فرآیند شکست قطره لحاظ شده است. در سال 2012 امیدوار و خالقی اولین مدل شکست تلفیقی توربولانسی-ایرودینامیکی را ارائه کردند [۱۰]. در این مدل که بر اساس مقیاس زمانی هیبریدی استوار است تأثیر هر دو عامل تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی بطور همزمان لحاظ شده است. آنها نشان دادند که مدل پیشنهادی می‌تواند عدد ویر بحرانی را با دقت بسیار خوبی محاسبه نماید.

پس از آن دایمودک و شر مفهومی تحت عنوان مقیاس زمانی دوگانه را برای اعمال اثر تنش‌های توربولانسی در شکست ایرودینامیکی قطرات استفاده کردند [۱۱]. مقیاس زمانی دوگانه‌ای که آنها استفاده کردند از نظر مفهومی خیلی مشابه ایده مقیاس زمانی هیبریدی بود که پیش‌تر در مرجع [۱۰] مطرح شده بود اما در روش اجرا تفاوت داشت. نتایج ارائه شده توسط دایمودک و شر در شدت توربولانس متوسط و زیاد دقت خوبی در مقایسه با داده‌های تجربی داشت اما در شدت توربولانس نسبتاً پایین دقت قابل قبولی را ارائه نمی‌کرد. در سال 2019 امیدوار مدل جدیدی برای تلفیق اثرات شکست توربولانسی و ایرودینامیکی ارائه نمود [۱۲]. در این مدل بر اساس

¹ Taylor Analogy Breakup

با اعمال رابطه (۸) در رابطه (۷) داریم

$$\pi D^2 \sigma \frac{D}{(SMD)_{aero}} + E_{turb} = \pi D^2 \sigma \frac{D}{(SMD)_{comb}} \quad (9)$$

با کمی ساده سازی، رابطه (۹) را می توان به شکل زیر بازنویسی نمود

$$\frac{(SMD)_{comb}}{(SMD)_{aero}} = \frac{1}{1 + E_{turb} \frac{(SMD)_{aero}}{\pi D^3 \sigma}} \quad (10)$$

با توجه به تعریف عدد وبر بحرانی:

$$We_{crit} = \frac{\rho_g U^2 (SMD)}{\sigma} \quad (11)$$

خواهیم داشت:

$$We_{crit,comb} = \frac{We_{crit,aero}}{1 + E_{turb} \frac{(SMD)_{aero}}{\pi D^3 \sigma}} \quad (12)$$

بر اساس رابطه (۱۱)، میانگین قطر قطرات در شکست ایرودینامیکی عبارت است از:

$$(SMD)_{aero} = \frac{\sigma We_{crit,aero}}{\rho_g U^2} \quad (13)$$

عدد وبر بحرانی در شرایط شکست قطره تحت تنش های ایرودینامیکی عبارت است از [۱۲]:

$$We_{crit,aero} = 12(1 + 1.077(Oh)^{1.6}) \quad (14)$$

که Oh عدد بدون بعد اونسورگ است که به صورت زیر تعریف می شود [۱۲]:

$$Oh = \frac{\mu_l}{\sqrt{\rho_l D \sigma}} \quad (15)$$

با جایگذاری روابط (۱۳) تا (۱۵) در (۱۲) خواهیم داشت:

$$We_{crit,comb} = \frac{12(1 + 1.077(Oh)^{1.6})}{1 + E_{turb} \frac{12(1+1.077(Oh)^{1.6})}{\rho_g U^2 \pi D^3}} \quad (16)$$

در این رابطه، E_{turb} انرژی گردابه های توربولانسی شرکت کننده در فرآیند شکست قطره است. انرژی گردابه های توربولانسی به طور کلی برابر است با [۶]:

$$E_{turb} = \frac{1}{12} \rho_g \pi l^3 \dot{u}^2 \quad (17)$$

که l مقیاس طولی گردابه و \dot{u} میانگین مؤلفه سرعت نوسانی است. بر اساس تعریف کمیت شدت نسبی توربولانس (I)، مقدار سرعت نوسانی عبارت است از [۱۴]:

$$\dot{u} = I \times U \quad (18)$$

با جایگذاری روابط (۱۷) و (۱۸) در (۱۶) و ساده سازی خواهیم داشت:

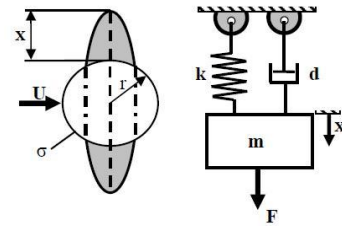


Fig. 1. Schematic view of TAB model.

شکل ۱. نمایی کلی از ساختار مدل شکست آنالوژی تیلور [۱۴].

در رابطه (۱)، $E_{osc,old}$ بیانگر مجموع انرژی جنبشی نوسانی و ارتجاعي قطره است که به فرم زیر قابل محاسبه می باشد [۱۴].

$$E_{osc,old} = K \frac{\pi}{160} \rho_l D^5 (\dot{y}^2 + \omega^2 y^2) \quad (3)$$

که y و \dot{y} به ترتیب بیانگر تغییر شکل و نرخ زمانی تغییر شکل بی بعد قطره است. K نیز ضریب ثابت مدل است. در مدل آنالوژی تیلور میزان تغییر شکل بی بعد قطره به فرم زیر تعریف می شود [۱۴]:

$$y = \frac{2x}{C_b} \quad (4)$$

در این رابطه x میزان تغییر شکل قطره از حالت کروی و C_b ثابت مدل است که در روش آنالوژی تیلور مقدار این ثابت برابر با 0.5 در نظر گرفته می شود.

در رابطه (۱)، $E_{surf,new}$ و $E_{kin,new}$ به ترتیب بیانگر انرژی سطحی و انرژی جنبشی بعد از شکست هستند. با این فرض که بعد از شکست قطرات نهایی کروی بوده و هیچگونه نوسان سطحی ندارند، خواهیم داشت [۱۴]:

$$E_{surf,new} = \pi D^2 \sigma \frac{D}{SMD} \quad (5)$$

و

$$E_{kin,new} = \frac{\pi}{192} \rho_l D^5 \dot{y}^2 \quad (6)$$

که SMD بیانگر میانگین قطر قطرات تولید شده بعد از رخداد شکست است.

همانطور که پیش تر نیز به آن اشاره شد، مدل آنالوژی تیلور یک مدل کلاسیک برای پیش بینی رفتار شکست قطره تحت تنش های ایرودینامیکی است. در شرایطی که قطره علاوه بر تنش های ایرودینامیکی تحت تأثیر تنش های توربولانسی ناشی از فاز گازی نیز باشد، لازم است رابطه بالانس انرژی حاکم بر قطره (رابطه ۱) به گونه ای نوشته شود که انرژی گردابه های توربولانسی مؤثر در شکست قطره نیز لحاظ گردد. بدین منظور، در شرایطی که قطره به طور همزمان تحت تأثیر تنش های توربولانسی و ایرودینامیکی قرار دارد، معادله بالانس انرژی قطره را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\pi D^2 \sigma + E_{osc,old} + E_{turb} = \pi D^2 \sigma \frac{D}{(SMD)_{comb}} + E_{kin,new} \quad (7)$$

از طرفی، از رابطه (۱) داشتیم

$$\pi D^2 \sigma + E_{osc,old} - E_{kin,new} = \pi D^2 \sigma \frac{D}{(SMD)_{aero}} \quad (8)$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{Re^{0.66}}{6} \right) & Re \leq 1000 \\ 0.424 & Re > 1000 \end{cases} \quad (22)$$

همانطور که از معادلات (۲۱) و (۲۲) پیداست، اندازه گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست قطره تابع عدد رینولدز است. در شکل (۳)، مقدار ضریب n برای اعداد رینولدز بین 100 تا 3000 رسم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، مقدار n در اعداد رینولدز مختلف بین 1.9 تا 2.66 تغییر می‌کند که این موضوع نظریه‌های پیشین مبنی بر اینکه گردابه‌های توربولانسی هم اندازه با قطره و حداکثر تا 3 برابر قطر قطره بیشترین تأثیر را در شکست توربولانسی قطرات دارند تا حد زیادی تأیید می‌کند. محاسبه مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست قطره به صورت تابعی از عدد رینولدز قطره یکی از دستاوردها و جنبه‌های نوآورانه رویکرد مبتنی بر موازنه انرژی است.

همانطور که در شکل (۳) پیداست، مقدار n برای اعداد رینولدز بالاتر از 1000 ثابت و برابر 2.66 است. در اعداد رینولدز کوچکتر از 1000، با کاهش عدد رینولدز اندازه گردابه‌های شرکت کننده در شکست قطره کوچکتر می‌شوند. لازم به ذکر است که شکستگی نمودار در رینولدز 1000 به دلیل تغییر ضابطه ضریب پسا در رابطه (۲۲) است. در جریان‌های اسپری به دلیل ریز بودن قطرات معمولاً عدد رینولدز قطرات کوچکتر از 1000 است، لذا در این نوع جریان‌ها اندازه گردابه‌های توربولانسی معمولاً تابع عدد رینولدز خواهد بود. همچنین، در یک جریان اسپری هر چه قطرات از دهانه نازل فاصله می‌گیرند کوچکتر شده و سرعت نسبی و به تبع آن رینولدز آنها نیز کاهش می‌یابد. بنابراین انتظار می‌رود که گردابه‌ها توربولانسی کوچکتر نیز بتوانند بر این قطرات اثر نموده و باعث شکست آنها شوند.

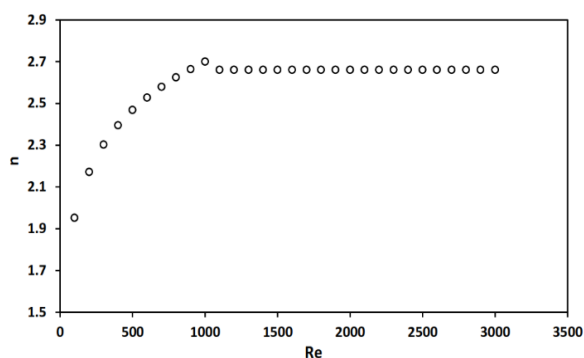


Fig. 3. The effective turbulence length scale ratio to droplet diameter in various Reynolds numbers (between 100 and 3000).

شکل ۳. نسبت اندازه گردابه‌های توربولانسی مؤثر در شکست به قطر قطره در اعداد رینولدز مختلف (بین 100 تا 3000)

در شکل (۴) نتایج مدل پیشنهادی با داده‌های تجربی گزارش شده در مرجع [۴] برای یک قطره 375 میکرونی از جنس هپتان در رینولدز 1210 با در نظر گرفتن $n=2.66$ مقایسه شده است. همانطور که دیده می‌شود، نتایج مدل پیشنهادی با داده‌های تجربی همخوانی بسیار خوبی دارد. لازم به ذکر است که با در نظر گرفتن $n=2.66$ ، معادلات (۱۹) و (۲۰) یکسان شده و نتایج مدل پیشنهادی کاملاً بر نتایج مدل ارایه شده در مرجع [۱۲] منطبق خواهد شد.

$$We_{crit,comb} = \frac{12(1 + 1.077(Oh)^{1.6})}{1 + I^2 n^3} \quad (19)$$

که n بیانگر نسبت طول گردابه به قطر اولیه قطره است.

۳ - نتایج

در شکل (۲) مقدار عدد ویر بحرانی یک قطره از جنس هپتان با قطر 375 میکرون در یک میدان جریان با رینولدز 1210 تحت شرایط شدت توربولانسی مختلف بر اساس رابطه (۱۹) محاسبه شده است. در پژوهش‌های پیشین ادعا شده که گردابه‌هایی بیشترین تأثیر را در شکست قطرات دارند که مقیاس طولی آنها بین 2 تا 3 برابر قطر قطره است [۴]. بر این اساس، در شکل (۲) نتایج محاسباتی برای حالت‌هایی که اندازه گردابه‌های توربولانسی 2، 2.5 و 3 برابر قطر قطره هستند با نتایج تجربی گزارش شده در مرجع [۴] مقایسه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، نتایج برای $n=2.5$ و $n=3$ نسبت به $n=2$ تطابق بهتری با داده‌های تجربی دارند. بنابراین می‌توان چنین استنتاج نمود مقدار مطلوب برای n عددی بین 2.5 تا 3 است. تعیین دقیق مقدار n (یعنی مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی شرکت کننده در فرآیند شکست قطره) و اینکه آیا مقدار n ثابت است یا با تغییر رینولدز قطره تغییر می‌کند از موضوعات مهمی است که در ادامه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

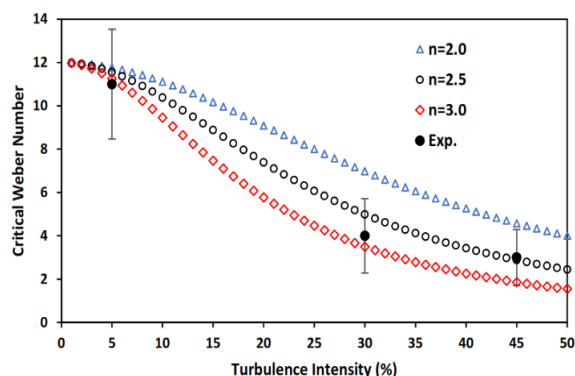


Fig. 2. Comparison of the proposed model's results against reported experimental data in Ref. [4] by considering various turbulence length scales.

شکل ۲. مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با داده‌های تجربی گزارش شده در مرجع [۴] با در نظر گرفتن مقیاس‌های طول مختلف برای گردابه‌های توربولانسی.

در سال 2019، امیدوار یک مدل ریاضی جدید برای پیش بینی رفتار شکست قطرات تحت تأثیر همزمان تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی ارایه کرد [۱۲]. مدل پیشنهادی وی بر مبنای تحلیل تنش‌های اعمال شده به قطره استوار است. در مدل مذکور، مقدار عدد ویر بحرانی برای شکست قطره تحت تأثیر تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی به فرم زیر محاسبه شده است [۱۲].

$$We_{crit} = \frac{12(1 + 1.077(Oh)^{1.6})}{1 + \frac{8I^2}{C_D}} \quad (20)$$

با مقایسه این رابطه با معادله (۱۹) که بر اساس موازنه انرژی قطره که در تحقیق حاضر به دست آمد، مشخص می‌گردد که این دو رابطه از نظر شکل ظاهری کاملاً مشابه هستند. بر اساس تشابه شکلی این دو رابطه، می‌توان مقدار ضریب n (یعنی نسبت مقیاس طولی گردابه‌های شرکت کننده در شکست به اندازه قطر اولیه قطره) را به فرم زیر در نظر گرفت:

$$n = \frac{2}{\sqrt[3]{C_D}} \quad (21)$$

که C_D ضریب پسای ایرودینامیکی قطره است، به طوری که [۱۴]:

۱- یک مدل تحلیلی جدید بر پایه رویکرد موازنه انرژی برای تعیین مقدار عدد ویر بحرانی در شکست قطرات تحت تأثیر تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی ارائه شد.
 ۲- برای اولین بار رابطه‌ای تحلیلی برای محاسبه مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی مؤثر بر فرآیند شکست قطره محاسبه شد.
 ۳- نتایج نشان داد که اندازه مقیاس طولی گردابه‌های مؤثر بر شکست قطره تحت تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی با ریشه سوم ضریب پسی قطره نسبت عکس دارد.
 ۴- در اعداد رینولدز بالاتر از 1000، گردابه‌هایی که به طور میانگین اندازه آنها 2.66 برابر قطر قطره است می‌توانند نقش مؤثری در تسریع شکست ایرودینامیکی قطره بازی کنند.

۵- در اعداد رینولدز کمتر از 1000، اندازه مقیاس طولی گردابه‌های مؤثر در شکست قطره تابع عدد رینولدز بوده و با کاهش رینولدز کاهش می‌یابد.
 ۶- مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با مدل مقیاس زمانی هیبرید و داده‌های تجربی نشان داد که در شدت‌های توربولانسی خیلی کم (کمتر از 5 درصد) و نسبتاً زیاد (بیشتر از 30 درصد) عملکرد دو مدل کاملاً مشابه است. اما در شرایطی که شدت توربولانس بین 5 تا 30 درصد است مدل پیشنهادی، عدد ویر بحرانی را تا 15% بیشتر از مدل شکست مبتنی بر مقیاس زمانی هیبرید پیش بینی می‌کند. اما لازم به ذکر است که نتایج هر دو مدل در بازه خطای اندازه‌گیری تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی گزارش شده دارند.

۷- مدل شکست تلفیقی پیشنهادی از نظر دقت تقریباً مشابه مدل مبتنی بر مقیاس زمانی هیبرید که بیشتر رایج شده عمل می‌کند و از این حیث شاید ارجحیتی بر مدل مذکور نداشته باشد. اما مدل شکست تلفیقی جدید علاوه بر داشتن ساختار ریاضی منسجم‌تر، هماهنگی ساختاری کاملی با مدل شکست استاندارد و مرسوم آنالوژی تیلور (TAB) که در اکثر کدهای محاسباتی از آن استفاده شده دارد. از این رو روش پیشنهادی در این مقاله می‌تواند بستر مناسبی برای ارتقاء مدل TAB در پیش بینی شکست تلفیقی قطره در کدهای محاسباتی استاندارد ایجاد نماید. به علاوه، محاسبه مقیاس طولی گردابه‌های مؤثر در شکست قطره از جمله دستاوردهای مقاله حاضر است که آن را از تحقیقات مشابه پیشین متمایز ساخته است.
 ۸- مشابهت و نزدیکی نتایج مدل مبتنی بر مقیاس زمانی هیبرید و مدل کشش سطحی اصلاح شده که بیشتر رایج شده‌اند با نتایج مدل اخیر نشان می‌دهد که معیارهای رایج شده برای شکست تلفیقی در مدل‌های پیشین همگی به نوعی طراحی و تبیین شده‌اند که شرایط بالانس انرژی سطحی قطره را به هنگام فرآیند شکست تضمین نمایند.

۵ - فهرست علائم

- D قطر قطره (m)
- C_D ضریب پسا
- E انرژی (J)
- I شدت توربولانس (%)
- l مقیاس طولی گردابه‌های توربولانسی (m)
- n نسبت طول گردابه‌های توربولانسی مؤثر به قطر قطره (-)
- Oh عدد بی بعد اونسورگ (-)
- Re عدد رینولدز (-)
- SMD میانگین قطر قطره بعد از شکست (m)
- U سرعت نسبی جریان گاز روی قطره (ms^{-1})
- \dot{u} سرعت نوسانی آشفتگی (ms^{-1})
- We عدد ویر (-)
- x تغییر شکل قطره نسبت به حالت کروی (m)
- y تغییر شکل بی بعد قطره (-)
- \dot{y} نرخ زمانی تغییر شکل بی بعد قطره (s^{-1})

علائم یونانی

- ρ چگالی (kgm^{-3})
- μ لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
- ω فرکانس نوسانات سطحی قطره (s^{-1})
- σ کشش سطحی (Nm^{-1})

زیرنویس‌ها

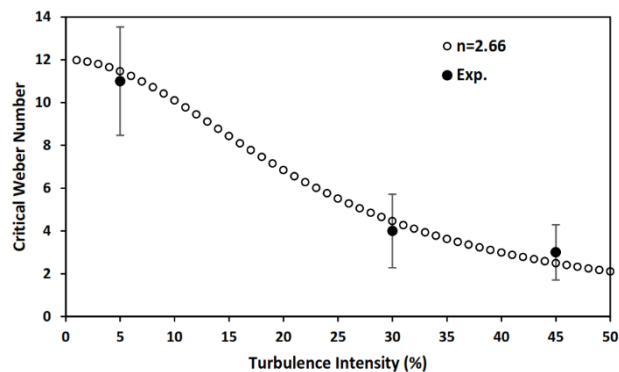


Fig. 4. Comparison of the proposed model's results against reported experimental data in Ref. [4] for predicting the effect of turbulence intensity on critical Weber number of a 375µm n-heptane droplet at Reynolds number of 1210.

شکل ۴. مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با داده‌های تجربی مرجع [۴] در پیش‌بینی تأثیر شدت توربولانس بر مقدار عدد ویر بحرانی یک قطره هپتان با قطر 375 میکرون در رینولدز 1210.

در شکل (۵) نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مدل مبتنی بر مقیاس زمان هیبرید که در مرجع [۱۰] معرفی شده مقایسه شده است. در این شکل نتایج برای یک قطره متانول با قطر 370 میکرون و رینولدز 1310 رسم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود هر دو مدل نتایج بسیار خوبی در مقایسه با داده‌های تجربی ارائه کرده‌اند. در شدت توربولانس خیلی کم (کمتر از 5 درصد) و شدت توربولانس نسبتاً بالا (بیشتر از 30 درصد) نتایج دو مدل کاملاً بر هم منطبق هستند. در بازه شدت توربولانس 5 تا 30 درصد، نتایج دو مدل کمی از هم فاصله می‌گیرند به طوری که، مدل پیشنهادی مقدار عدد ویر بحرانی را کمی بیشتر (حداکثر تا 15 درصد) پیش‌بینی می‌کند. اما هر دو مدل در بازه خطای اندازه‌گیری عملکرد مشابه و قابل قبولی دارند.

مدل شکست تلفیقی پیشنهاد شده در این تحقیق که بر پایه موازنه انرژی استوار است شاید از نظر دقت نسبت به مدل مبتنی بر مقیاس زمانی هیبرید [۱۰] ارجحیتی قابل توجهی نداشته باشد، اما از نظر ساختاری انسجام به مراتب بهتری دارد. همچنین به دلیل اینکه مدل مبتنی بر رویکرد موازنه انرژی هماهنگی ساختاری کاملی با مدل شکست استاندارد و مرسوم آنالوژی تیلور (TAB) دارد، از این رو به راحتی می‌توان آن را در مدل TAB استاندارد (که در اکثر کدهای محاسباتی وجود دارد) اعمال نمود و نسخه جدیدی از مدل آنالوژی تیلور را ارائه و در کدهای محاسباتی استاندارد مانند KIVA و FIRE به کارگرفت.

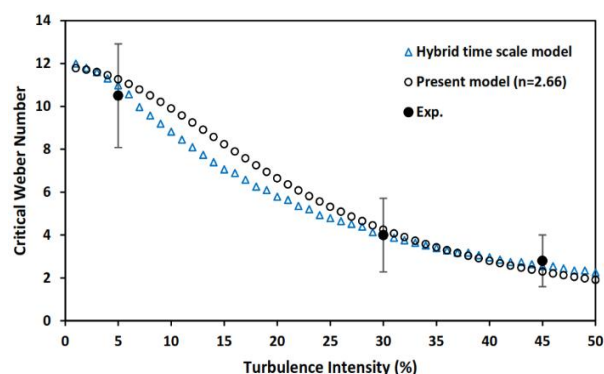


Fig. 5. Comparison of the proposed model's results against hybrid time scale model [10] and the reported experimental data in Ref. [4] for predicting the effect of turbulence intensity on critical Weber number of a 370µm methanol droplet at Reynolds number of 1310.

شکل ۵. مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با مدل مقیاس زمانی هیبرید [۱۰] و داده‌های تجربی مرجع [۴] در پیش‌بینی تأثیر شدت توربولانس بر مقدار عدد ویر بحرانی یک قطره متانول با قطر 370 میکرون در رینولدز 1310.

۴ - جمع بندی و نتیجه گیری

مهمترین نتایج پژوهش حاضر را می‌توان در قالب موارد زیر خلاصه و بیان نمود:

ایرودینامیکی	aero
بحرانی	crit
تلفیق اثرات تنش‌های توربولانسی و ایرودینامیکی	comb
جنبشی	kin
مایع	l
گاز	g
نوسانی	osc

۶ - مراجع

- [1] D. R. Guildenbecher, C. López-Rivera, P. E. Sojka, "Secondary atomization, Experiments and Fluids", Vol. 46, No. 3, pp.371-402, 2009.
- [2] N. Ashgriz, Handbook of atomization and sprays, "Theory and applications", New York, Springer, 2011.
- [3] W. Du, S. Chaudhuri, "A multiphysics model for charged liquid droplet breakup in electric fields", International Journal of Multiphase Flows, Vol. 90, pp. 46–56, 2017.
- [4] T. D. Previs, D. A. Santavicca, "Turbulent breakup of hydrocarbon droplets at elevated pressures", ILASS Americas, 11th annual conference on liquid atomization and spray systems, Sacramento, CA, USA, 1998.
- [5] Y. Liao, D. Lucas, "A literature review of theoretical models for drop and bubble breakup in turbulent dispersions", Chemical Engineering Science, Vol. 64, pp. 3389–3406, 2009.
- [6] R. Andersson, B. Andersson, "Modeling the breakup of fluid particles in turbulent flows", AIChE Journal. Vol. 52, pp. 2031–2038, 2006.
- [7] K. Razzaghi, F. Shahraki, "Theoretical model for multiple breakup of fluid particles in turbulent flow field", AIChE Journal, Vol. 62, pp. 4508–4525, 2016.
- [8] T. Lemenand, D. Della Valle, P. Dupont, H. Peerhossaini, "Turbulent spectrum model for drop-breakup mechanisms in an inhomogeneous turbulent flow", Chemical Engineering Science, Vol. 158, pp. 41–49, 2017.
- [9] H. Aly, Y. Eldrainy, K. M. Saqr, T. M. Lazim, M. N. Mohd Jaffar, "A mathematical model for predicting spray atomization characteristics in an Eulerian-Eulerian framework", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, pp. 618–623, 2010.
- [10] A. Omidvar, H. Khaleghi, "An analytical approach for calculation of critical Weber number of droplet breakup in turbulent gaseous flows", Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 37, pp.2311–232, 2012.
- [11] E.O. Diemuodeke, I. Sher, "Turbulence Induced Droplet Breakup", ILASS Europe, 25th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Chania, Greece, 2013.
- [12] A. Omidvar, "Development and assessment of an improved droplet breakup model for numerical simulation of spray in a turbulent flow field", Applied Thermal Engineering, Vol. 156, pp. 432-443, 2019.
- [13] H. Khaleghi, H. Farani Sani, M. Ahmadi, F. Mohammadzadeh, "Effect of turbulence on the secondary breakup of droplets in diesel fuel sprays", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 9, pp. 1-13, 2020.
- [14] C. Baumgarten, "Mixture formation in internal combustion engines", Germany, Springer, 2006.